

# 11

# Las fuerzas

## **PRESENTACIÓN**

---

Después de estudiar las leyes de Newton se propone en esta unidad el estudio de las diversas fuerzas que hay en la naturaleza. Es especialmente interesante la introducción del estudio serio de la fuerza de rozamiento, pues sin ella no somos capaces de explicar los fenómenos que ocurren a nuestro alrededor.

## OBJETIVOS

---

- Diferenciar los tipos de interacciones y fuerzas que se observan en la naturaleza.
- Conocer las magnitudes de las que depende la atracción gravitatoria entre dos cuerpos.
- Conocer el origen de la interacción eléctrica: la naturaleza eléctrica de la materia.
- Conocer las magnitudes de las que depende la atracción o repulsión eléctrica entre dos cuerpos.
- Conocer el efecto de la fuerza de rozamiento sobre un cuerpo que se desplaza sobre un plano horizontal o sobre un plano inclinado.
- Conocer el efecto de la fuerza de rozamiento en los vehículos que empleamos habitualmente para desplazarnos.
- Saber cuáles son las magnitudes de las que depende la fuerza de rozamiento.
- Conocer otro efecto de las fuerzas: las fuerzas deforman los objetos.
- Aplicar los conocimientos de dinámica aprendidos al caso del movimiento circular.

## CONTENIDOS

---

### Conceptos

- Las cuatro interacciones fundamentales.
- Interacción gravitatoria. Interacción electromagnética. Interacción nuclear fuerte. Interacción nuclear débil.
- Interacción gravitatoria. La ley de la gravitación universal de Newton.
- El valor de la aceleración de la gravedad:  $g$ . Otro significado de  $g$ . Aproximación a la idea de campo gravitatorio.
- Fuerzas eléctricas y magnéticas.
- Electrización y fuerzas entre cargas eléctricas.
- La ley de Coulomb.
- Las fuerzas magnéticas.
- Fuerzas de rozamiento. El rozamiento en una superficie. El rozamiento en líquidos y gases.
- Características de la fuerza de rozamiento por deslizamiento.
- Rozamiento en superficies horizontales y en planos inclinados.
- Fuerzas elásticas. Las fuerzas deforman los objetos.
- La ley de Hooke.
- Dinámica del movimiento circular. Componentes de las fuerzas.

### Procedimientos, destrezas y habilidades

- Comparar las interacciones eléctrica y gravitatoria.
- Elaborar esquemas que muestran las fuerzas que actúan sobre un cuerpo.
- Resolver problemas numéricos en los que intervienen fuerzas que actúan en la misma o en distintas direcciones, incluyendo fuerzas de rozamiento.

- Identificar la dirección y sentido de la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo a partir de las demás fuerzas.
- Predecir el estado de movimiento de un cuerpo a partir de las fuerzas que actúan sobre él, incluyendo fuerzas de rozamiento.
- Predecir el valor y la orientación de la fuerza necesaria para hacer que un cuerpo permanezca en reposo, ya sea situado en un plano horizontal o bien cuando está situado en un plano inclinado.
- Identificar la fuerza centrípeta presente en un movimiento circular.
- Resolver problemas en los que aparecen tensiones sobre hilos o cuerdas.

### Actitudes

- Valorar el conocimiento que las personas tenemos en la actualidad de los fenómenos naturales, que nos permite explicar hechos misteriosos para las personas que vivieron hace unos cuantos siglos.
- Valorar la importancia de los conocimientos científicos y técnicos que han hecho posible la utilización de satélites artificiales, tan importantes para las telecomunicaciones en la actualidad.
- Valorar la perseverancia de numerosos científicos que han hecho posible conocer cuáles son las interacciones que existen en la naturaleza.
- Adoptar una actitud de prudencia cuando se circula con un vehículo por superficies mojadas.
- Aplicar los conceptos estudiados sobre la fuerza de rozamiento para ahorrar energía en la medida de lo posible, por ejemplo, teniendo en cuenta que la fuerza de rozamiento depende del cuadrado de la velocidad para el caso del transporte por carretera.

## EDUCACIÓN EN VALORES

### 1. Educación vial

Continuando con la unidad anterior, resulta básico comprender que la fuerza de rozamiento disminuye en suelos mojados, y esto hace que, aunque la fuerza ejercida por los frenos de un automóvil no varíe, sí lo hace la distancia de frenado, pues la fuerza neta es menor cuando el rozamiento disminuye.

## CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Elaborar esquemas que muestran las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, incluyendo fuerzas de rozamiento contra una superficie o contra un fluido.
2. Resolver problemas numéricos en los que intervienen fuerzas que actúan en la misma o en distintas direcciones, incluyendo fuerzas de rozamiento.
3. Identificar la dirección y sentido de la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo a partir de las demás fuerzas.
4. Predecir el estado de movimiento de un cuerpo a partir de las fuerzas que actúan sobre él.
5. Predecir el valor y la orientación de la fuerza necesaria para hacer que un cuerpo permanezca en reposo, ya sea situado en un plano horizontal o bien cuando está situado en un plano inclinado, teniendo en cuenta las fuerzas de rozamiento.

1. Calcula la aceleración de la gravedad en la Luna y compárala con la aceleración de la gravedad en la Tierra.

Datos:  $M_L = 7,36 \cdot 10^{22}$  kg;  $R_L = 1740$  km;  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg;  $R_T = 6370$  km.

Aplicamos la expresión:

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

En la Luna:

$$g_L = G \frac{M_L}{R_L^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{7,36 \cdot 10^{22}}{(1,74 \cdot 10^6)^2} = 1,62 \text{ m/s}^2$$

En la Tierra:

$$g_T = G \frac{M_T}{R_T^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,98 \cdot 10^{24}}{(6,37 \cdot 10^6)^2} = 9,84 \text{ m/s}^2$$

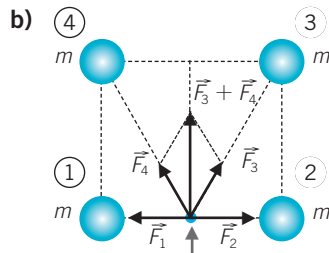
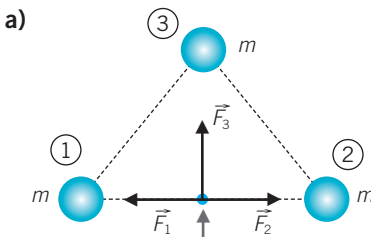
Por tanto:

$$\frac{g_T}{g_L} = 6,07$$

2. Deja caer un libro y un folio. ¿Cuál cae antes? Ahora, arruga el folio fuertemente y haz una bola. Repite la experiencia. ¿Qué ocurre ahora? Explica y razona lo que sucede.

Al principio, con el folio sin arrugar, cae primero el libro. El folio cae más despacio debido al rozamiento con el aire. Al arrugar el folio, disminuye el rozamiento con el aire y ambos llegan a la par al suelo.

3. Indica hacia dónde estará dirigida la fuerza gravitatoria que sufre la masa señalada con la flecha.



- a)  $\vec{F}_1$  y  $\vec{F}_2$  se anulan. La fuerza resultante viene representada por  $\vec{F}_3$ .
- b)  $\vec{F}_1$  y  $\vec{F}_2$  se anulan. La fuerza resultante es la suma de  $\vec{F}_3$  y  $\vec{F}_4$ . Como  $\vec{F}_3$  y  $\vec{F}_4$  son iguales y forman el mismo ángulo ( $\alpha$ ) con el eje Y, la resultante de la suma de  $\vec{F}_3$  y  $\vec{F}_4$  va dirigida a lo largo del eje Y.

4. Una astronauta de 65 kg de masa se va de viaje por el Sistema Solar. Calcula su peso en cada planeta.

|                                | Mercurio            | Venus                | Tierra               | Marte                | Júpiter             | Saturno              | Urano               | Neptuno              |
|--------------------------------|---------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---------------------|----------------------|---------------------|----------------------|
| Masa (kg)                      | $3m3 \cdot 10^{23}$ | $4,87 \cdot 10^{24}$ | $5,98 \cdot 10^{24}$ | $6,42 \cdot 10^{23}$ | $1,9 \cdot 10^{27}$ | $5,69 \cdot 10^{26}$ | $8,7 \cdot 10^{25}$ | $1,02 \cdot 10^{26}$ |
| $m_{\text{astronauta}}$ (kg)   | 65                  | 65                   | 65                   | 65                   | 65                  | 65                   | 65                  | 65                   |
| Diámetro (km)                  | 4879                | 12 104               | 12 756               | 6794                 | 142 984             | 120 536              | 51 118              | 49 528               |
| Peso <sub>astronauta</sub> (N) | 240,5               | 578,5                | 630,5                | 240,5                | 1612                | 676                  | 578,5               | 715                  |

$$\begin{aligned} \bullet g_{\text{Mercurio}} &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{0,33 \cdot 10^{24}}{(2,44 \cdot 10^6)^2} = 3,7 \text{ m/s}^2 \\ \bullet g_{\text{Venus}} &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4,87 \cdot 10^{24}}{(6,052 \cdot 10^6)^2} = 8,9 \text{ m/s}^2 \\ \bullet g_{\text{Tierra}} &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,94 \cdot 10^{24}}{(6,38 \cdot 10^6)^2} = 9,7 \text{ m/s}^2 \\ \bullet g_{\text{Marte}} &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{0,642 \cdot 10^{24}}{(3,4 \cdot 10^6)^2} = 3,7 \text{ m/s}^2 \\ \bullet g_{\text{Júpiter}} &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1899 \cdot 10^{24}}{(71,5 \cdot 10^6)^2} = 24,8 \text{ m/s}^2 \\ \bullet g_{\text{Saturno}} &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{569 \cdot 10^{24}}{(60,27 \cdot 10^6)^2} = 10,4 \text{ m/s}^2 \\ \bullet g_{\text{Urano}} &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{87 \cdot 10^{24}}{(25,6 \cdot 10^6)^2} = 8,9 \text{ m/s}^2 \\ \bullet g_{\text{Neptuno}} &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{102 \cdot 10^{24}}{(24,7 \cdot 10^6)^2} = 11 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet P_{\text{Mercurio}} &= 65 \cdot 3,7 = 240,5 \text{ N} & \bullet P_{\text{Júpiter}} &= 65 \cdot 24,8 = 1612 \text{ N} \\ \bullet P_{\text{Venus}} &= 65 \cdot 8,9 = 578,5 \text{ N} & \bullet P_{\text{Saturno}} &= 65 \cdot 10,4 = 676 \text{ N} \\ \bullet P_{\text{Tierra}} &= 65 \cdot 9,7 = 630,5 \text{ N} & \bullet P_{\text{Urano}} &= 65 \cdot 8,9 = 578,5 \text{ N} \\ \bullet P_{\text{Marte}} &= 65 \cdot 3,7 = 240,5 \text{ N} & \bullet P_{\text{Neptuno}} &= 65 \cdot 11 = 715 \text{ N} \end{aligned}$$

5. Otro astronauta de 70 kg se pesa en un exoplaneta o planeta extrasolar y observa sorprendido que el aparato marca 1030 N. Señala qué afirmaciones son verdaderas:

- a) El aparato de medida está mal.  
 b) La gravedad en ese planeta es 1,5 g.  
 c) La gravedad en el planeta vale 1030 N/70 kg.

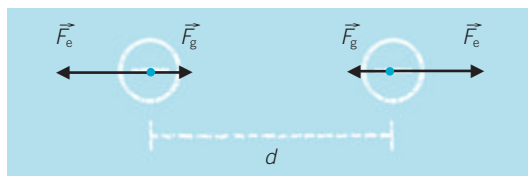
a) Falso. El valor del peso depende de la intensidad del campo gravitatorio en el exoplaneta.

b) Verdadero.  $P = mg^* = mkg \rightarrow k = \frac{P}{mg} = \frac{1030 \text{ N}}{70 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg}} = 1,5 \rightarrow g^* = 1,5 g.$

$$c) g = \frac{1030}{70} = 14,7 \text{ N/kg. Verdadero.}$$

6. **Calcula la fuerza de atracción gravitatoria entre dos electrones y compárala con la fuerza eléctrica de repulsión entre ambos. ¿Cuál es mayor?**

Datos:  $q = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .



$$F_g = G \frac{mm'}{d^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{(9,1 \cdot 10^{-31})^2}{d^2}$$

$$F_e = K \frac{qq'}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{d^2}$$

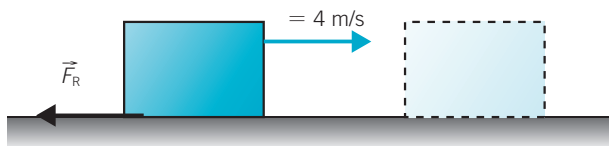
Por tanto:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{9 \cdot 10^9}{6,67 \cdot 10^{-11}} \cdot \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(9,1 \cdot 10^{-31})^2} = 4,2 \cdot 10^{42} \rightarrow F_e = 4,2 \cdot 10^{42} \cdot F_g$$

Es mayor la fuerza eléctrica.

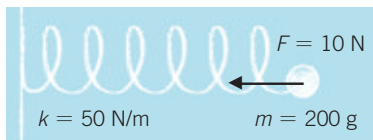
7. **Un cuerpo de masa 2 kg que desliza sobre un plano horizontal con una velocidad de 4 m/s termina parándose por efecto de la fuerza de rozamiento. Calcula el valor de dicha fuerza si se detiene en 5 s.**

Es un movimiento rectilíneo uniformemente decelerado.



$$a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{4 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} = 0,8 \text{ m/s}^2; F_R = ma = 2 \text{ kg} \cdot 0,8 \text{ m/s}^2 = 1,6 \text{ N}$$

8. **Un muelle de 40 cm de longitud natural tiene una constante elástica de 50 N/m. Calcula la longitud cuando se aplica una fuerza de 10 N.**



A partir de la ley de Hooke:  $F = k \cdot \Delta l$ .

Al tirar del muelle, este se estira.

$$\Delta l = \frac{F}{k} = \frac{10 \text{ N}}{50 \text{ N/m}} = 0,2 \text{ m} = 20 \text{ cm} \rightarrow l = 40 \text{ cm} + 20 \text{ cm} = 60 \text{ cm}$$

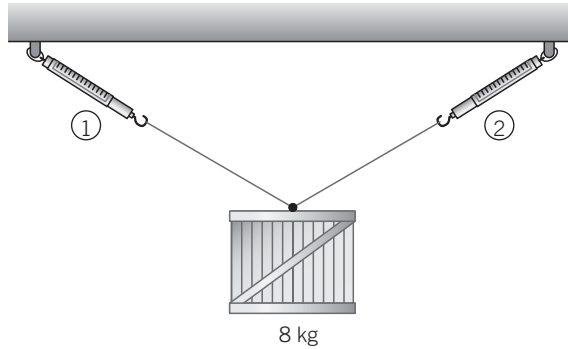
9. ¿Qué condición debe cumplir una fuerza para no modificar el módulo de la velocidad cuando actúa sobre un cuerpo?

Que sea siempre perpendicular a la velocidad. Una fuerza perpendicular a la velocidad solo modifica la dirección de la velocidad, no su módulo.

10. Cuando das una patada a un balón: ¿ejerces una fuerza de contacto? ¿Es una fuerza electromagnética? Explica la respuesta.

Pero, evidentemente, es una fuerza electromagnética. La interacción es en definitiva entre los átomos (moléculas) de los cuerpos que «supuestamente» entran en contacto: el zapato y el balón.

11. Indica qué marcará cada dinamómetro en este caso. Considera que ambos dinamómetros son idénticos.



- a) Marcarán una fuerza mayor que el peso del objeto.
- b) Cada dinamómetro marcará el peso del objeto.
- c) La fuerza que señalará cada dinamómetro es la mitad del peso del objeto.

Se cumple que  $P = 2 F \cdot \text{sen } \alpha$ .

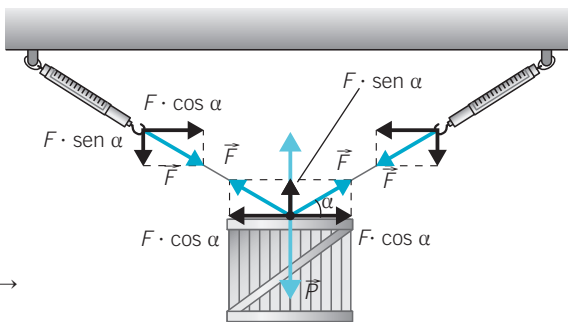
Por lo que:

$$F = \frac{P}{2 \cdot \text{sen } \alpha} = \frac{P/2}{\text{sen } \alpha}$$

Como  $\text{sen } \alpha < 1 \rightarrow F > P/2$

El dinamómetro marcará más que la mitad del peso del cuerpo.

Así, ninguna respuesta es correcta.



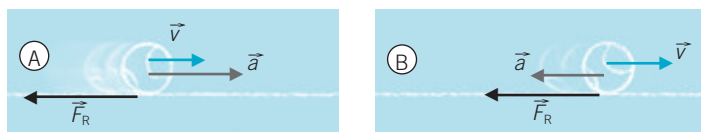
12. En el espacio, entre el Sol y la Tierra, existe un punto en el que la fuerza neta que ambos astros ejercen sobre una masa colocada en él es nula. ¿Dónde se encuentra dicho punto?

- a) Más cerca del Sol que de la Tierra.  
 b) Más cerca de la Tierra que del Sol.  
 c) Justo a mitad de camino, entre la Tierra y el Sol.

La respuesta correcta es la a): más cerca del Sol que de la Tierra, debido a que la masa del Sol es mucho mayor que la de la Tierra.

El campo gravitatorio de dos masas se anula en la línea que las une y más cerca de la masa mayor, en este caso el Sol.

13. Dibuja la dirección y sentido de la fuerza de rozamiento para cada pelota:



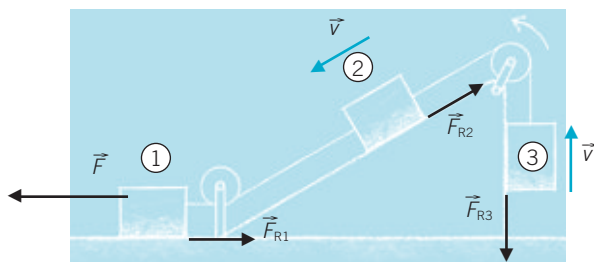
La  $F_R$  siempre tiene sentido opuesto a  $\vec{v}$  y es independiente de la aceleración.

14. Un cuerpo está en reposo en lo alto de un plano inclinado. ¿Puede ser mayor la fuerza de rozamiento que la componente del peso que tira del cuerpo hacia abajo? Explícalo.

No, porque si no, el cuerpo ascendería por el plano, cosa nunca observada.

Como mucho, la fuerza de rozamiento es igual a la componente del peso que tira del cuerpo hacia abajo.

15. Dibuja la fuerza de rozamiento que sufre cada bloque en el siguiente esquema.

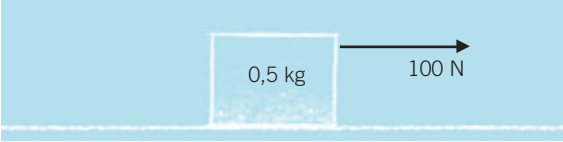


La existencia de  $F_{R3}$  es dudosa, depende de si el cuerpo se apoya algo o nada sobre el plano vertical.

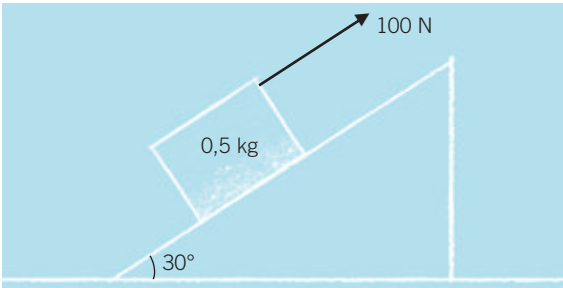


16. ¿En qué caso será mayor la fuerza de rozamiento?

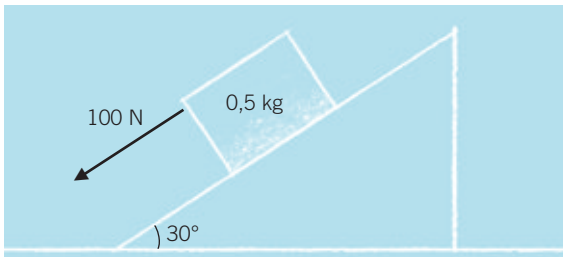
a)  $\mu = 0,2$ .



b)  $\mu = 0,2$ .



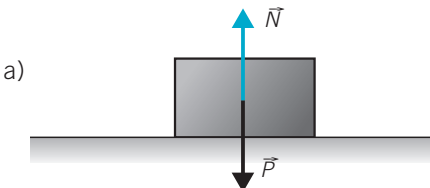
c)  $\mu = 0,2$ .



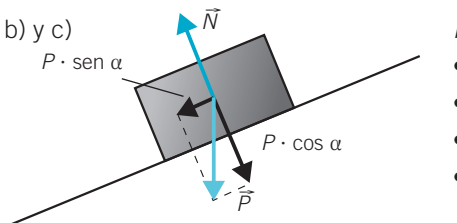
La fuerza de rozamiento es mayor en el caso a), ya que:

$$F_R = \mu N$$

Y  $N$  vale según los casos:



$$N = P = mg$$

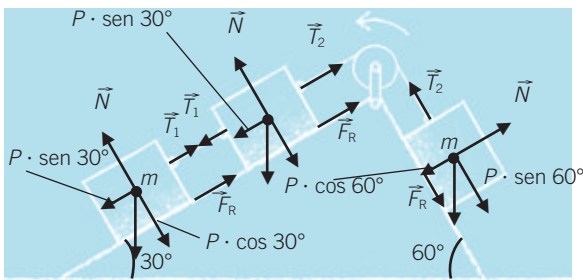


$$N = P \cdot \cos \alpha = mg \cdot \cos \alpha$$

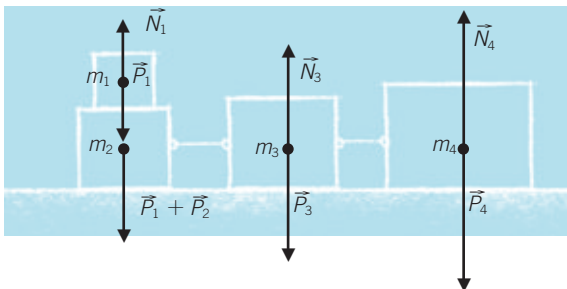
- $F_{Ra} = \mu mg$
- $F_{Rb} = \mu mg \cdot \cos \alpha$
- $F_{Rc} = \mu mg \cdot \cos \alpha$
- $F_{Ra} > F_{Rb} = F_{Rc}$

17. Dibuja todas las fuerzas que actúan sobre los cuerpos de las figuras. Ten en cuenta el rozamiento.

a) 3 masas iguales.



b)  $\bullet m_1 = m_2/2 \bullet m_2 = m_3/2 \bullet m_3 = m_4/2$



- a)  $F_R$  (masas a la izquierda)  $= \mu \cdot P \cdot \cos 30^\circ = \mu \cdot mg \cdot \cos 30^\circ$   
 $F_R$  (masa a la derecha)  $= \mu \cdot P \cdot \cos 60^\circ = \mu \cdot mg \cdot \cos 60^\circ$   
 $N$  (masas a la izquierda)  $= P \cdot \cos 30^\circ = mg \cdot \cos 30^\circ$   
 $N$  (masa a la derecha)  $= P \cdot \cos 60^\circ = mg \cdot \cos 60^\circ$

- b) Al no haber movimiento horizontal no hay fuerzas de rozamiento. Solo actúan la fuerza  $\vec{P}$  y las reacciones normales  $\vec{N}$ .

Fuerzas sobre los cuerpos son:

Cuerpo 1.  $P_1 = N_1$

Cuerpo 2.  $P_1 + P_2 = N_1 + N_2$

Cuerpo 3.  $P_3 = N_3$

Cuerpo 4.  $P_4 = N_4$

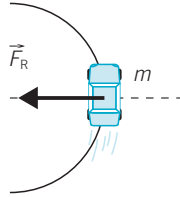
18. Explica por qué es más fácil que un coche derrape cuando toma una curva con una velocidad elevada. Haz un esquema con las fuerzas que actúan cuando el coche toma una curva.

La fuerza responsable del movimiento circular cuando un coche toma una curva es la fuerza de rozamiento entre los neumáticos y la calzada, y va dirigida hacia el centro de la curva.

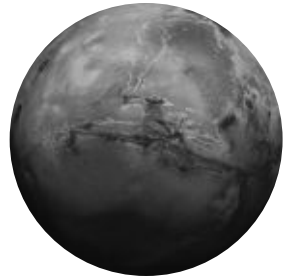
Cuanto más cerrada es una curva y mayor es la velocidad con que se toma, mayor es la  $a_N$  y más grande es la fuerza que se precisa.

Si la calzada está mojada o la curva es muy cerrada la fuerza de rozamiento puede ser insuficiente y el coche derrapa.

$$F_R = m \frac{v^2}{R}$$



19. **Calcula la aceleración de la gravedad en la superficie de Marte sabiendo que su masa es de  $6,42 \cdot 10^{23}$  kg y su diámetro mide 6794 km.**



En Marte:

$$g_M = G \frac{M}{R^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6,42 \cdot 10^{23}}{(3,4 \cdot 10^6)^2}$$

Por tanto:

$$g_M = 3,7 \text{ m/s}^2$$

20. **Calcula la velocidad orbital (media) de la Tierra en su recorrido alrededor del Sol. Expresa el resultado en km/s.**

**Datos:**  $M_{\text{Sol}} = 2 \cdot 10^{30}$  kg;  $M_{\text{Tierra}} = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg;

$d_{\text{Tierra-Sol}} = 149,6$  millones de kilómetros;

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N · m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.

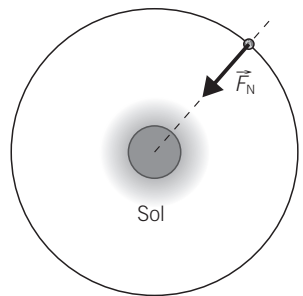
Cuando un cuerpo orbita alrededor de otro se cumple:

$$F_N = ma_N \quad \text{y} \quad F_N = G \frac{M_S}{d^2}$$

Igualando:

$$G \frac{M_T \cdot M_S}{d^2} = M_T \frac{v^2}{d} \rightarrow v^2 = G \frac{M_S}{d} \rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{GM_S}{d}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{149,6 \cdot 10^9}} = 29\,861,5 \text{ m/s} \approx 30 \text{ km/s}$$



21. **Calcula el periodo de un satélite artificial que sigue una trayectoria circular a 400 km de altura. ¿Cuántas vueltas a la Tierra da el satélite en un día?**

**Datos:**  $M_{\text{Tierra}} = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg;  $R_{\text{Tierra}} = 6370$  km.

Teniendo en cuenta el problema anterior:  $v^2 = G \frac{M}{d}$ .

La velocidad del satélite viene dada por:

$$v = \frac{2\pi}{T} d \rightarrow d^2 \frac{4\pi^2}{T^2} = G \frac{M}{d} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} d^3$$

(Segunda ley de Kepler.)

El periodo es:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}} \cdot (6,77 \cdot 10^6)^3 \text{ s}^2 \rightarrow \\ \rightarrow T = 5541,78 \text{ s} = 1 \text{ h } 32 \text{ min } 22 \text{ s}$$

Y el número de vueltas:

$$N.^\circ \text{ vueltas} = \frac{86\,400 \text{ s}}{5541,78 \text{ s}} = 15,6 \quad (1 \text{ día} = 86\,400 \text{ s.})$$

- 22. Calcula la fuerza eléctrica existente entre el protón y el electrón en el átomo de hidrógeno suponiendo que la distancia entre ambos es de  $0,5 \text{ \AA}$ . ( $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ .)**

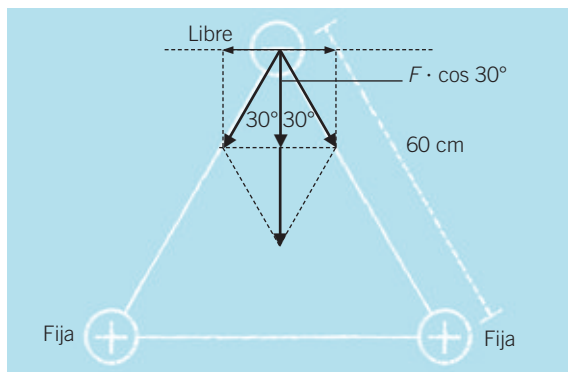
**Datos:**  $|q_{\text{protón}}| = |q_{\text{electrón}}| = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ .

Aplicamos la ley de Coulomb:

$$F = K \frac{q \cdot q_1}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(0,5 \cdot 10^{-10})^2} = 9,2 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

Es una fuerza de atracción.

- 23. Tres cargas eléctricas de  $5 \mu\text{C}$ , dos positivas fijas y una negativa libre, se sitúan en los vértices de un triángulo equilátero de  $60 \text{ cm}$  de lado. Calcula la aceleración inicial de la carga negativa sabiendo que su masa es de  $5 \text{ g}$ .**



- a) Dibuja las fuerzas que actúan sobre la carga negativa. ¿En qué dirección comienza a moverse?
- b) Observa la simetría del problema y responde: ¿cómo es la trayectoria que sigue la carga negativa?
- c) ¿Hay algún punto de la trayectoria seguida en que la fuerza neta sobre la carga negativa sea nula? ¿Dónde?
- d) Elige la respuesta correcta:
1. La velocidad de la carga negativa aumenta hasta que la carga negativa pasa entre ambas cargas positivas. Luego disminuye.
  2. La velocidad se mantiene constante.
  3. El movimiento es uniformemente acelerado.

El valor de la fuerza entre la carga libre y cada una de las cargas fijas es:

$$F = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{25 \cdot 10^{-12} \text{C}^2}{(0,6)^2 \text{m}^2} = 0,625 \text{ N}$$

$$F_y = F \cdot \cos 30^\circ = 0,54 \text{ N} \rightarrow F_T = 2 \cdot 0,54 \text{ N} = 1,08 \text{ N} \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{F_T}{m} = \frac{1,08 \text{ N}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}} = 216 \text{ m/s}^2$$

- a) Comienza a moverse en dirección vertical y hacia abajo.
- b) La trayectoria es una línea recta vertical.
- c) Sí, cuando la carga negativa pasa por el centro de la línea que une las cargas positivas.
- d) En principio, las capas positivas tiran de la capa negativa en la dirección negativa del eje Y y su velocidad va aumentando, pero cuando la carga positiva rebasa el punto medio de las dos cargas positivas, la fuerza se invierte. Ahora la fuerza sobre la carga negativa tiene sentido del eje Y positivo.

La fuerza logrará frenar el movimiento de la carga negativa hacia abajo y después esta comenzará a ascender con velocidad creciente.

Y así sucesivamente la carga negativa asciende y desciende siguiendo un movimiento periódico.

- 24. Un coche de 1300 kg sube por una carretera con 15° de inclinación. Calcula la fuerza que proporciona el motor si el coeficiente de rozamiento de las ruedas con el asfalto es de 0,6 y el coche sube con una velocidad constante de 35 km/h.**

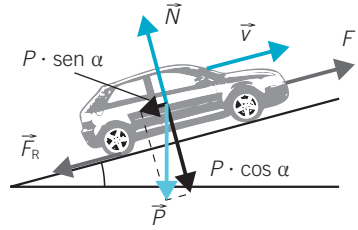
- a) ¿Cómo se modifica la solución (cualitativamente, no realices cálculos) si la carretera es horizontal?
- b) ¿Y si la carretera está mojada?
- c) ¿Y si cargamos el maletero del coche?

Como  $v = \text{cte} \rightarrow a = 0$

$$F - P \cdot \sin \alpha - \mu P \cdot \cos \alpha = 0$$

$$F = P \cdot \sin \alpha + \mu P \cdot \cos \alpha = P \cdot (\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha)$$

$$F = 1300 \cdot 9,8 \cdot (\sin 15^\circ + 0,6 \cdot \cos 15^\circ) = 10\,680,9 \text{ N}$$



- a) Si la carretera es horizontal, la única fuerza que se opone a la del motor es la fuerza de rozamiento, que ahora vale  $F_R = \mu \cdot m \cdot g$ . Se cumple:

$$F - \mu \cdot m \cdot g = 0 \rightarrow F = \mu \cdot m \cdot g$$

Esta fuerza es menor que antes.

- b) Si la carretera está mojada, disminuye el coeficiente de rozamiento  $\mu$ , de la misma forma, disminuye la fuerza que necesita realizar el motor.
- c) Al cargar el coche aumenta el peso, lo que hace aumentar la fuerza normal ( $N$ ) y la  $F_R$ . En este caso la fuerza del motor tiene que ser mayor que cuando no va cargado.

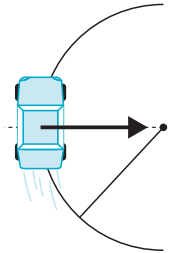
- 25. Calcula la velocidad máxima con la que un coche de 1100 kg de masa puede tomar una curva de 100 m de radio sin derrapar si el coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el asfalto es de  $\mu = 0,4$ . ¿Cómo se modifica el resultado si la carretera está mojada?**

$$F_N = F_R = m \frac{v^2}{R} \text{ y } F_R = \mu mg. \text{ Igualando:}$$

$$\mu mg = m \frac{v^2}{R} \rightarrow$$

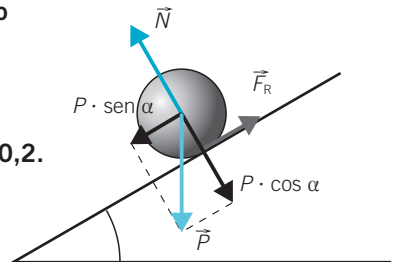
$$\rightarrow v = \sqrt{\mu gr} = \sqrt{0,4 \cdot 9,8 \cdot 100} = 19,8 \text{ m/s}$$

Si la carretera está mojada el coeficiente de rozamiento disminuye y la  $F_R$  no puede mantener el coche en la curva.



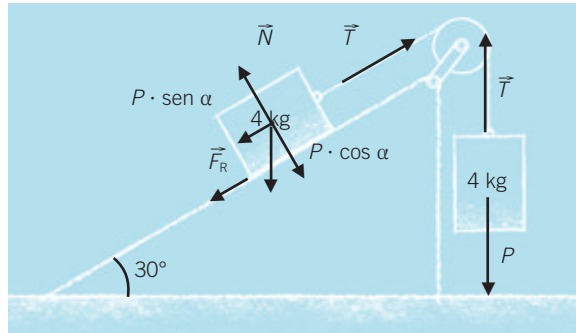
- 26. Calcula la aceleración de caída de una bola de acero de 10 kg de masa por un plano inclinado que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal suponiendo:**

- a) Que no hay rozamiento.
- b) Que el coeficiente de rozamiento es 0,2.
- c) ¿En cuál de los dos casos anteriores la bola llega a la base del plano inclinado con mayor velocidad?



- a)  $P \cdot \sin \alpha = ma \rightarrow \cancel{m}g \cdot \sin \alpha = \cancel{m}a \rightarrow$   
 $\rightarrow a = 9,8 \cdot \sin 30^\circ = 4,9 \text{ m/s}$
- b)  $P \cdot \sin \alpha - \mu P \cdot \cos \alpha = ma \rightarrow$   
 $\rightarrow \cancel{m}g \sin \alpha - \mu \cancel{m}g \cos \alpha = \cancel{m}a \rightarrow$   
 $\rightarrow a = g \cdot (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) =$   
 $= 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (\sin 30^\circ - 0,2 \cdot \cos 30^\circ) = 3,2 \text{ m/s}^2$
- c) Evidentemente, en el primer caso, ya que la aceleración es mayor.

27. Determina cuál es el coeficiente de rozamiento en el plano inclinado si el sistema de la figura está en equilibrio:



La suma de las fuerzas aplicadas al sistema de los dos cuerpos debe ser cero. Se cumple:

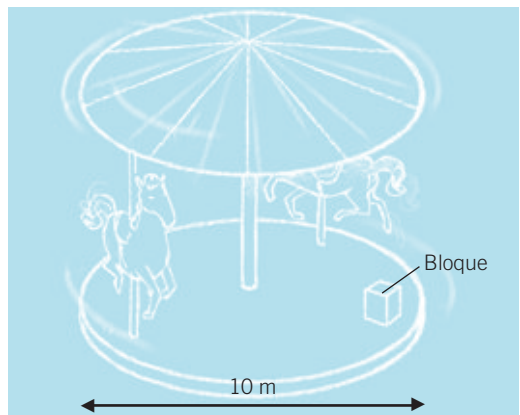
$$\vec{T} + \vec{P} = \vec{P} \cdot \sin \alpha + \vec{F}_R + \vec{T} = 0$$

$$T = P; F_R + P \cdot \sin \alpha = T \rightarrow \mu \cdot \cancel{m}g \cdot \cos \alpha + \cancel{m}g \cdot \sin \alpha = \cancel{m}g \rightarrow$$

$$\rightarrow \sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha = 1 \rightarrow \mu \cdot \cos \alpha = 1 - \sin \alpha \rightarrow$$

$$\rightarrow \mu = \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1 - \sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{0,5}{0,86} = 0,58$$

28. Un carrusel de 10 m de diámetro da una vuelta cada 5 s. Un bloque prismático de madera está colocado sobre el suelo en el borde exterior del carrusel, a 5 m del centro. ¿Cuál debe ser el valor del coeficiente de rozamiento para que el cuerpo no sea lanzado al exterior?

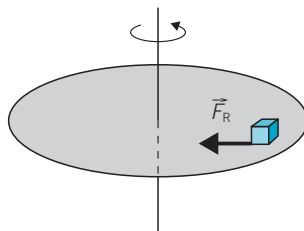


La fuerza de rozamiento es la que mantiene al bloque girando.

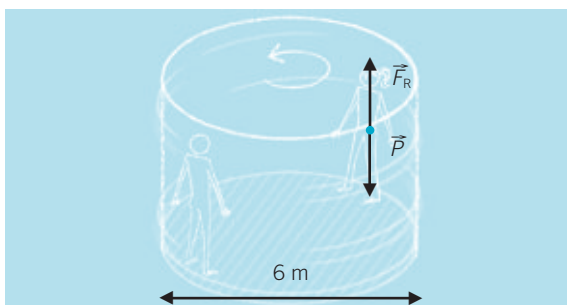
$$F_R = m \frac{v^2}{r} \rightarrow \mu \cancel{m} g = \cancel{m} \frac{v^2}{r} \rightarrow$$

$$\left( v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 5 \text{ m}}{5 \text{ s}} = 6,28 \text{ m/s.} \right)$$

$$\rightarrow \mu = \frac{v^2}{gr} = \frac{6,28^2 \text{ (m/s)}^2}{9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 5 \text{ m}} = 0,8$$



29. Una atracción de un parque de atracciones consiste en un cilindro vertical giratorio (3 m de radio) en cuya pared interior se colocan las personas con la espalda apoyada en la pared. Al girar rápidamente, un operario retira el suelo de la atracción y las personas quedan adheridas a la pared.



- a) Calcula la velocidad mínima que debe llevar el cilindro para que las personas no caigan, si el coeficiente de rozamiento con la pared es  $\mu = 0,3$ .
- b) Calcula la velocidad angular del cilindro.
- c) ¿Cuántas vueltas da cada persona en un minuto?

Las personas quedan pegadas a la pared, y si la fuerza de rozamiento iguala al peso, las personas no caen.

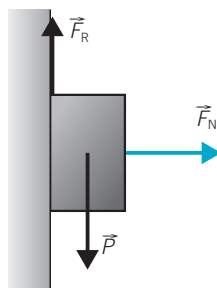
$$F_R = \mu N, \text{ donde } N = m \frac{v^2}{R}$$

$$a) F_R = P \rightarrow \mu \cancel{m} \frac{v^2}{R} = \cancel{m} g \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{Rg}{\mu}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 9,8}{0,3}} = 9,9 \text{ m/s}$$

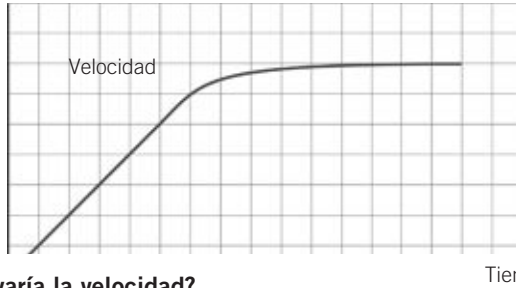
$$b) \omega = \frac{v}{R} = \frac{9,9 \text{ m/s}}{3 \text{ m}} = 3,3 \text{ rad/s}$$

$$c) N = \frac{\varphi}{2\pi}; \varphi = \omega t = 3,3 \text{ rad/s} \cdot 60 \text{ s} = 198 \text{ rad} \rightarrow N = 31,5 \text{ vueltas}$$



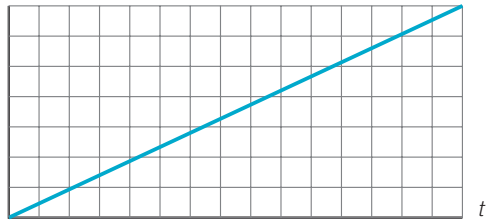


30. En la siguiente gráfica se representa la caída de una gota de lluvia.



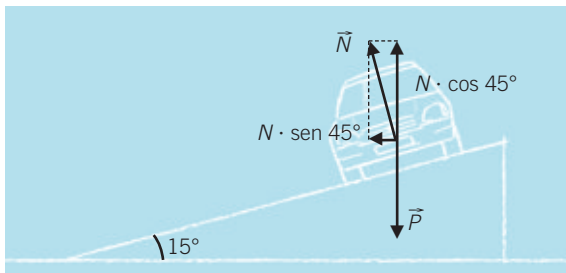
- a) ¿Cómo varía la velocidad?
- b) ¿Se ha tenido en cuenta el rozamiento? ¿Por qué lo sabes?
- c) Representa una gráfica correspondiente a la caída de una gota de agua en el aire sin rozamiento.

- a) La velocidad va aumentando (no linealmente) hasta alcanzar un valor límite.
- b) Sin rozamiento la velocidad aumenta linealmente con el tiempo según la ecuación:  $v = gt$ .
- c) Respuesta gráfica:  $v$



31. Unos ingenieros de tráfico están decidiendo qué señal limitadora de velocidad (60, 70, 80 o 90 km/h) colocan a la entrada de una curva de 110 m de radio peraltada con un ángulo de  $15^\circ$ . Calcula la velocidad (en km/h) que debe aparecer en la señal para evitar accidentes, considerando que no existe rozamiento.

Nota: presta atención a la dirección en que colocas la aceleración normal del vehículo. La aceleración normal debe estar contenida en el plano en el que el vehículo gira.



- a) A la vista del resultado, ¿por qué crees que no se peraltan mucho todas las curvas de las carreteras?
- b) En el caso real, con rozamiento, ¿derraparán en la curva los coches que circulan justo a la velocidad que aparece en la señal?

$$P + N = N \cdot \operatorname{sen} \alpha.$$

La  $\vec{F}_N$  es la suma de las fuerzas  $\vec{P}$  y  $\vec{N}$ .

Se cumple:

$$N \cdot \cos \alpha = mg; N \cdot \operatorname{sen} \alpha = m \frac{v^2}{R}$$

De la primera  $N = \frac{mg}{\cos \alpha}$ , y al sustituir en la segunda:

$$\frac{mg}{\cos \alpha} \cdot \operatorname{sen} \alpha = m \frac{v^2}{R} \rightarrow g \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{R} \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{g \cdot R \cdot \operatorname{tg} \alpha} = \sqrt{9,8 \cdot 110 \cdot \operatorname{tg} 15^\circ} = 17 \text{ m/s} = 61,2 \text{ km/h}$$

Debe aparecer 60 km/h.

- a) Cuanto mayor es  $\alpha$ , mayor es la velocidad con la que se puede tomar la curva. Pero las curvas no se peraltan demasiado para evitar que el vehículo vuelque cuando va despacio.
- b) No. No derrapan incluso sin rozamiento. La resolución está hecha suponiendo que no hay rozamiento.

32. Calcula la constante  $k$  del muelle de un dinamómetro que se alarga 5 cm cuando colgamos de él una pesa de 500 g.

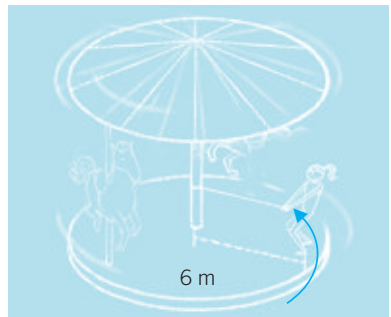
$$k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{0,5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{0,05 \text{ m}} = 98 \text{ N/m}$$

33. Una plataforma giratoria de 6 m de radio de un tiovivo gira a 5 rpm.

- a) Calcula la tensión de la cuerda de 3 m con la que se sujeta una persona de 55 kg al eje central de la plataforma del tiovivo.

La cuerda soporta una tensión máxima de 90 N.

- b) ¿Se romperá la cuerda si el cuerpo se separa del eje y gira justo en el borde de la plataforma?



a) La tensión de la cuerda es la fuerza centrípeta responsable del movimiento circular.  $\left(5 \text{ rpm} = \frac{5 \cdot 2\pi}{60} \text{ rad/s.}\right)$

$$v = \omega \cdot R = \frac{5 \cdot 2\pi}{60} \text{ m/s}^2 \cdot 3 \text{ m} = 1,6 \text{ m/s}$$

$$T = m \frac{v^2}{R} = 55 \text{ kg} \cdot \frac{1,6^2 \text{ (m/s)}^2}{3 \text{ m}} = 45,2 \text{ N}$$

b) Si se duplica la distancia al eje de giro se duplica la velocidad lineal:

$$v^* = \omega \cdot (2R) = \frac{5 \cdot 2\pi}{60} \text{ rad/s} \cdot 6 \text{ m} = 3,2 \text{ m/s}$$

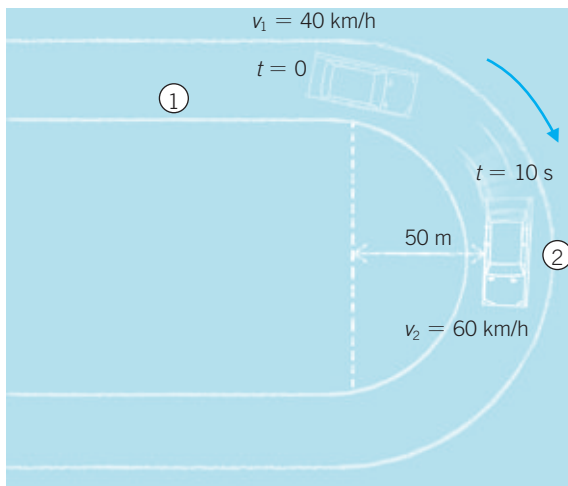
Y el nuevo valor de la tensión es:

$$T^* = m \frac{v^{*2}}{2R} = 55 \text{ kg} \cdot \frac{3,2^2 \text{ (m/s)}^2}{6 \text{ m}} = 93,8 \text{ N}$$

Como la tensión  $T^*$  supera la tensión máxima de la cuerda, esta se rompe.

**34. Un coche de 1100 kg acelera justo al entrar a una curva, de manera que su velocidad aumenta de 40 a 60 km/h en un tiempo de 10 segundos.**

- a) **Calcula la fuerza normal, la fuerza tangencial y la fuerza total en el vehículo cuando este está a mitad de la curva.**  
 b) **Haz un esquema con las fuerzas.**



$$v_1 = 40 \text{ km/h} = 11,1 \text{ m/s}; \quad v_2 = 60 \text{ km/h} = 16,6 \text{ m/s.}$$

La aceleración tangencial del coche es:

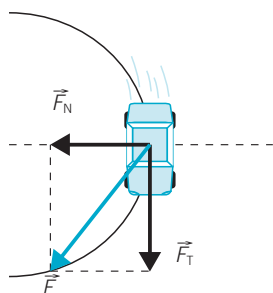
$$a_T = \frac{16,6 \text{ m/s} - 11,1 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = 0,55 \text{ m/s}^2$$

$$\text{a) } F_N = m \frac{v^2}{R} = 1100 \text{ kg} \cdot \frac{16,6^2 (\text{m/s})^2}{50 \text{ m}} = 6062,3 \text{ N}$$

$$F_T = ma_T = 1100 \text{ kg} \cdot 0,55 \text{ m/s}^2 = 605 \text{ N}$$

$$F = \sqrt{F_T^2 + F_N^2} = \sqrt{(605)^2 + (6062,3)^2} = 6092,4 \text{ N}$$

b) Respuesta gráfica:



La fuerza  $\vec{F}$  es la resultante de dos fuerzas:  $\vec{F}_N$  y  $\vec{F}_T$ .