1.- Sean las matrices: $A=\begin{pmatrix}2&1&3\\1&-2&0\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}0&1\\1&-2\\1&1\end{pmatrix}$

De las siguientes operaciones, algunas no se pueden realizar; razona por qué y efectúa las que se puedan realizar. a) $A+B$; b) A^t+B; c) $A\cdot B$; d) $A\cdot B^t$

Sol: a) NO; b) $\begin{pmatrix}2&2\\2&-4\\4&1\end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix}4&3\\-2&5\end{pmatrix}$; d) NO

2.- Sean las matrices: $A=\begin{pmatrix}2&2\\-5&-4\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}1&-1\end{pmatrix}$

Explique qué dimensión debe tener la matriz X para que tenga sentido la ecuación matricial: $X\cdot A+2B=\begin{pmatrix}1&0\end{pmatrix}$

Sol: Dimensión 1 x 2

3.- Sean las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\3&0&1\end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix};\ C=\begin{pmatrix}-2\\-5\\2\end{pmatrix};\ D=\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}\ y\ E=\begin{pmatrix}-2\\-5\\5\end{pmatrix}$$

Calcule los valores de los números reales *x, y, z* para que se verifique la siguiente igualdad entre matrices: $E-x\cdot A\cdot B=y\cdot C+z\cdot D$

Sol: x=1; y=2; z=1

4.- Dadas $A=\begin{pmatrix}-1&2\\1&3\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}0&1\\2&3\end{pmatrix}$, calcular:

a) A+B y B+A
b) A·B y B·A
c) ¿es A·B=B·A?

Sol: a) $\begin{pmatrix}-1&3\\3&6\end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix}-1&3\\3&6\end{pmatrix}$ b) A·B= $\begin{pmatrix}4&5\\6&7\end{pmatrix}$;B·A= $\begin{pmatrix}1&3\\1&13\end{pmatrix}$ c) No.

5.- Dadas las siguientes matrices:

$$A=\begin{pmatrix}3&5&2\\1&3&4\\6&0&1\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}-1&0&2\\3&1&5\\6&1&4\end{pmatrix},C=\begin{pmatrix}4&6&7\\3&5&0\\0&0&2\end{pmatrix}$$

Hallar: a) A·(B+C); b) $A\cdot B^t$; c) A·(3B-2C); d) A^2

Sol: a) $\begin{pmatrix}51&50&64\\45&28&48\\24&37&60\end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix}1&24&31\\7&26&25\\-4&23&40\end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix}18&-65&67\\70&-21&69\\-48&-69&-40\end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix}26&30&28\\30&14&18\\24&30&13\end{pmatrix}$

6.- Calcular A·B y B·A siendo A y B las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}1&3&2&-1\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}3\\1\\-2\\2\end{pmatrix}$$

Sol: a) (0); b) $\begin{pmatrix}3&9&6&-3\\1&3&2&-1\\-2&-6&-4&2\\2&6&4&-2\end{pmatrix}$

7.- Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}2&3\\1&1\end{pmatrix},I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$; calcular A^2-3A-I.

Sol: (0)

8.- Probar que $A^n=2^{n-1}\cdot A$, siendo $A=\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}$

9.- Sea $A=\begin{pmatrix}1&0\\3&1\end{pmatrix}$ y sea n un número natural cualquiera. Encontrar el valor de A^n para cada n y hallar A^{350} - A^{250}

Sol: $A^n=\begin{pmatrix}1&0\\3n&1\end{pmatrix}$ $A^{350}-A^{250}=\begin{pmatrix}0&0\\300&0\end{pmatrix}$

10.- Se consideran las matrices $M=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix},N=\begin{pmatrix}0&0&1\\x&1&0\\y&0&0\end{pmatrix}$

a) Determinar x e y para que M·N=N·M
b) Calcular M^{2001} y M^{2002}

Sol: a) x=0, y=1; b) M^{2001}=M; M^{2002}=I

11.- Sea la matriz $B=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$ calcular B^n

Sol: $B^n=3^{n-1}\cdot B$

12.- Considere la matriz $A=\begin{pmatrix}0&3&4\\1&-4&-5\\-1&3&4\end{pmatrix}$ **a)** Siendo I la matriz identidad de orden 3 comprueba que A^3+I=0; **b)** Calcula la matriz A^{10}.

Sol: b) A^{10}=-A

13.- Resolver la siguiente ecuación matricial: $\begin{pmatrix}1&-1\\3&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&x\\y&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$

Sol: x=-5/4; y=-7/4

14.- Encuentra dos matrices A y B, cuadradas 3x3, con coeficientes reales tales que satisfagan las dos igualdades siguientes:

$$3A+2B=\begin{pmatrix}3&8&-3\\-2&2&-3\\7&2&4\end{pmatrix}\quad y\quad A-B=\begin{pmatrix}1&1&-1\\1&4&4\\-1&-1&-2\end{pmatrix}$$

Sol: $A=\begin{pmatrix}1&2&-1\\0&2&1\\1&0&0\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}0&1&0\\-1&-2&-3\\2&1&2\end{pmatrix}$

15.- Comprueba que $(A+B)^t = A^t + B^t$, y que $\left(A^t\right)^t=A$ a partir de las matrices $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}2&1&-1\\0&3&-2\end{pmatrix}$

16.- Siendo las matrices: $A=\begin{pmatrix}1&0&2\\4&1&3\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}-1&0&1\\-4&1&3\end{pmatrix},$ $C=\begin{pmatrix}7&1&-1\\48&-10&0\end{pmatrix},D=\begin{pmatrix}-3&1&5\\6&2&4\end{pmatrix}$, calcula 2A-3B+C-2D

Sol: $\begin{pmatrix}18&-1&-10\\56&-15&-11\end{pmatrix}$

17.- Dadas las siguientes matrices: $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\-2&5&1\end{pmatrix}$

$$B=\begin{pmatrix}7&0\\-1&1\\0&1\\3&4\end{pmatrix},C=\begin{pmatrix}2&7&1&5\\6&3&0&0\\-2&-5&1&0\end{pmatrix},D=\begin{pmatrix}1&-1&1\\0&5&2\\2&3&-3\end{pmatrix}$$

efectúa los posibles productos entre ellas. (Hay 6 posibles multiplicaciones)

Sol: $A\cdot C=\begin{pmatrix}8&-2&4&5\\24&-4&-1&-10\end{pmatrix};A\cdot D=\begin{pmatrix}7&18&-4\\0&30&5\end{pmatrix};C\cdot B=\begin{pmatrix}22&28\\39&3\\-9&-4\end{pmatrix}$

$B\cdot A=\begin{pmatrix}7&14&21\\-3&3&-2\\-2&5&1\\-5&26&13\end{pmatrix};D\cdot C=\begin{pmatrix}-6&-1&2&5\\26&5&2&0\\28&38&-1&10\end{pmatrix};D\cdot D=\begin{pmatrix}3&-3&-4\\4&31&4\\-4&4&17\end{pmatrix}$

http://selectividad.intergranada.com
Área de Ciencias

18.- Para las siguientes matrices; $A=\begin{pmatrix}1&0\\2&7\end{pmatrix}$, $,B=\begin{pmatrix}-1&5\\4&-1\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}4&0\\1&1\end{pmatrix}$ comprueba las igualdades:

a) A·(B·C)=(A·B)·C; **b)** A·(B+C)=A·B + A·C
c) (A+B)·C=A·C + B·C

19.- Encuentra las potencias n-ésimas de las siguientes matrices:

$$B=\begin{pmatrix}1&a\\0&1\end{pmatrix}\qquad C=\begin{pmatrix}a&0&0\\0&b&0\\0&0&c\end{pmatrix}\qquad D=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$$

Sol: $B^n=\begin{pmatrix}1&na\\0&1\end{pmatrix}; C^n=\begin{pmatrix}a^n&0&0\\0&b^n&0\\0&0&c^n\end{pmatrix}; D^n=\begin{pmatrix}1&n&\frac{n^2+n}{2}\\0&1&n\\0&0&1\end{pmatrix}$

20.- Hallar las matrices A y B cuadradas de segundo orden que verifican: $A+B=\begin{pmatrix}3&-1\\3&4\end{pmatrix}$; $2A+3B=\begin{pmatrix}8&-2\\7&9\end{pmatrix}$.

Sol: $A=\begin{pmatrix}1&-1\\2&3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2&0\\1&1\end{pmatrix}$

21.- Sea $A=\begin{pmatrix}6&-6\\-6&10\end{pmatrix}$. Encontrar una matriz cuadrada triangular B tal que A=B·B^t. ¿existe una sola?

Sol: $B=\begin{pmatrix}\frac{2\sqrt{15}}{5}&\frac{3\sqrt{10}}{5}\\0&\sqrt{10}\end{pmatrix}$ La solución no es única

22.- Sean A, B, C matrices cuadradas con $B=\begin{pmatrix}3&2&7\\1&2&4\\5&1&9\end{pmatrix}$ y A·B=C. **a)** ¿Cómo ha de ser la primera fila de A para que la primera fila de B y la primera fila de C sean iguales?; **b)** ¿Cómo ha de ser la segunda fila de A para que la segunda de C sea igual a la segunda de B multiplicada por 4?; **c)** Si queremos que la primera fila de B quede multiplicada por 3, la segunda por 4 y la tercera por -2, ¿Cómo ha de ser A? **d)** ¿Y si queremos multiplicar las tres filas por 1?

Sol: a) $(1\ \ 0\ \ 0)$; b) e $(0\ \ 4\ \ 0)$; c) $A=\begin{pmatrix}3&0&0\\0&4&0\\0&0&-2\end{pmatrix}$; d) B es igual.

23.- Sean las matrices siguientes:

$$A=\begin{pmatrix}-1&2\\3&1\\2&3\end{pmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}1&2&1\\2&1&2\\0&3&1\end{pmatrix}\quad C=\begin{pmatrix}3&1&2\\0&2&1\end{pmatrix}\quad D=\begin{pmatrix}2&0\\1&3\end{pmatrix}$$

Calcula todos los posibles productos entre ellas.

Sol: B·A, A·C, D·C, A·D, B·B, D·D, C·B, C·A

24.- Sean las matrices: $A=\begin{pmatrix}x&1\\1&x+1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}$

a) Encuentre el valor o valores de x de forma que: $B^2=A$
b) Idem para $A-I_2=B^{-1}$
c) Determine x, para que $A\cdot B=I_2$

Sol: a) x=1; b) x=0; c) x=-1

25.- Sean las matrices: $A=\begin{pmatrix}1&0&2\\-2&1&0\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$

a) Calcule $B\cdot B^t-A\cdot A^t$

Sol: $\begin{pmatrix}-1&-8\\-8&-21\end{pmatrix}$

26.- Sea la matriz $B=\begin{pmatrix}1&0\\1&b\end{pmatrix}$, calcule el valor de b para que $B^2=I_2$

Sol: b=-1

27.- Halle la matriz *A* que verifica $\begin{pmatrix}2&3\\-1&5\end{pmatrix}\cdot A=\begin{pmatrix}9\\28\end{pmatrix}$

Sol: $\begin{pmatrix}5/13&-3/13\\1/13&2/13\end{pmatrix}$

28.- Sean $A=\begin{pmatrix}2&1\\1&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&x\\x&0\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}0&-1\\-1&2\end{pmatrix}$

a) Encuentre el valor o valores de *x*, de forma que $B^2=A$
b) Determine *x* para que $A+B+C=3\cdot I_2$

Sol: a) x=1; b) x=0

29.-

a) Halle la matriz *X* que verifica: $X\cdot\begin{pmatrix}2&5\\1&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3&4\end{pmatrix}$

b) Determine los valores de x e y que cumplen:

$$\begin{pmatrix}1&0\\3&-1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1\\-x&y\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$$

Sol: a) $X=\begin{pmatrix}5&-7\\10&-24\end{pmatrix}$; b) x=3; y=6

30.- Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}0&2\\3&0\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}a&b\\6&1\end{pmatrix}$.

Calcule los valores de *a* y *b* para que el producto de las matrices *A* y *B* sea conmutativo.

Sol: a=1; b=4

31.- Sean las matrices A, B y C; calcule A^2-B·C^t, con

$$A=\begin{pmatrix}2&-5\\1&-3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}3&-1&2\\0&1&1\end{pmatrix} \text{ y } C=\begin{pmatrix}1&2&3\\-1&5&3\end{pmatrix}$$

Sol: $\begin{pmatrix}-8&7\\-6&-4\end{pmatrix}$

32.- Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}3&-1\\1&2\end{pmatrix}$; efectúe si es posible los siguientes productos: $A\cdot A^t$, $A^t\cdot A$ y $A\cdot B$.

Sol: $A\cdot A^t=\begin{pmatrix}1&0\\0&2\end{pmatrix}; A^t\cdot A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}; A\cdot B=No$

33.- Dadas $M=\begin{pmatrix}0&3&-1\\1&0&-2\end{pmatrix}$ y $N^t=\begin{pmatrix}2&3&-1\\-1&1&0\end{pmatrix}$, razone cuales de las siguientes operaciones tienen sentido y efectúe las que puedan realizarse: $M+N^t$, $M^t\cdot N$ y $M\cdot N$

Sol: $M+N^t=\begin{pmatrix}2&6&-2\\0&1&-2\end{pmatrix}$; $M^t\cdot N=No$; $M\cdot N=\begin{pmatrix}10&3\\4&-1\end{pmatrix}$

34.- Sean las matrices A, B y C, Halle los valores de a y b para que se verifique: $B\cdot C^t=A$, con:

$$A=\begin{pmatrix}-1&-6\\2&4\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}-1&1&2\\1&0&-1\end{pmatrix} \text{ y } C=\begin{pmatrix}a&0&1\\3&-1&b\end{pmatrix}$$

Sol: a=3; b= -1