



MATEMATICAS

ATENCIÓN:

Conteste a una única opción.

No está permitido el uso de calculadora programable y tampoco está permitido compartir la calculadora con el compañero

OPCION I

1.- Discutir el siguiente sistema para los distintos valores de "a":

$$\left. \begin{array}{l} 2ax + y + 2z = a \\ (a-1)x + 2y + 3z = 5 \\ 2x + y + 2az = 2 - a \end{array} \right\}$$

2.- Sea A una matriz no nula dada y considera la ecuación matricial $AX=A+X$, donde X es la incógnita. (1) Encuentra razonadamente la relación que debe de existir entre las dimensiones de A y de X para que la ecuación tenga sentido. (2) ¿Puede ser la suma de dos soluciones una nueva solución? ¿Y el producto de un número por una solución? Justifica la respuesta. (3) Si A es la matriz $A = \begin{pmatrix} k & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y buscamos una solución de la forma $X = \begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix}$ discute la ecuación matricial que resulta y resuélvela cuando sea posible.

3.- Considera el tetraedro formado por el origen de coordenadas y los tres puntos en los que el plano $2x + 3y + 6z - 6 = 0$ corta a los ejes coordenados. Describe un procedimiento para hallar el volumen de dicho tetraedro y calcula efectivamente su valor. Calcula razonadamente las coordenadas del punto simétrico del origen de coordenadas respecto del plano.

OPCION II

1.- Hallar el valor de t para que el sistema siguiente sea compatible:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 1 \\ 2x - y - z = 2 \\ tx + y + 3z = 4 \\ tx + y - 7z = 3 \end{array} \right\}$$

y resolverlo para el valor hallado de t .

2.- Sea A la matriz dada por $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 2 & a & b \\ c & -a & d \end{pmatrix}$

Hallar a , b , c y d sabiendo que: (1) El vector cuyas coordenadas son las que aparecen en la primera columna de A es ortogonal al vector $(1, -1, 1)$. (2) El producto vectorial del vector cuyas coordenadas son las de la tercera columna de A por el vector $(1, 0, 1)$ es el vector $(-2, 3, 2)$. (3) El rango de la matriz A es 2. Calcular los valores del parámetro t para que los vectores $(t, 2, 1-t)$, $(2+t, 1, -t)$, $(t, 3, 1-t)$ sean linealmente dependientes y, en tal caso, hallar una relación de dependencia lineal.

3.- Considera el tetraedro de vértices $A = (1, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$, $C = (0, 0, 1)$ y $D = (0, 0, 0)$. (1) Halla la recta r que pasa por D y es perpendicular al plano determinado por los puntos A , B y C . (2) Halla la mínima distancia entre la recta r y la recta que pasa por los puntos A y B . (3) Calcula el volumen del tetraedro.



MATEMATICAS IX

ATENCIÓN:

Conteste a una única opción. No está permitido el uso de calculadora programable y tampoco está permitido compartir la calculadora con el compañero-a.

OPCION I

1.- Sean C_1 , C_2 y C_3 las columnas primera, segunda y tercera, respectivamente, de una matriz cuadrada A de orden 3 cuyo determinante vale 5. Calcula, indicando las propiedades que utilices: (a) El determinante de A^3 . (b) El determinante de A^{-1} . (c) El determinante de $2A$. (d) El determinante de una matriz cuadrada cuyas columnas primera, segunda y tercera son, respectivamente, $3C_1 - C_3$, $2C_3$ y C_2 .

2.- Calcula el volumen de un cubo sabiendo que dos de sus caras están, respectivamente, en los planos $2x - 2y + z - 1 = 0$ y $2x - 2y + z - 5 = 0$.

3.- Un objeto se mueve en el espacio siguiendo una línea recta cuya dirección viene dada por el vector $v = (1, 2, -1)$. En su movimiento, dicho objeto pasa por el punto $A = (2, 1, 2)$. (1) Calcula los puntos de corte de la trayectoria del objeto con los planos coordenados. (2) Calcula la ecuación del plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a dicha trayectoria. (3) ¿Cuál es el ángulo que forma la trayectoria del objeto con el plano XOY?

OPCION II

1.- Sea A la matriz dada por $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -7 \\ 2 & a & b \\ c & -a & d \end{pmatrix}$

Hallar a , b , c y d sabiendo que:

- El vector cuyas coordenadas son las que aparecen en la primera columna de A es ortogonal al vector $(1, -1, 1)$.
- El producto vectorial del vector cuyas coordenadas son las de la tercera columna de A por el vector $(1, 0, 1)$ es el vector $(-2, 3, 2)$.
- El rango de la matriz A es 2.

2.- Sea el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ my + z = 0 \\ x + (1 + m)y + mz = 1 + m \end{cases}$$

Estudia su comportamiento según los valores del parámetro m y resuélvelo para $m = 2$.

3.- Calcula " a ", sabiendo que los planos: $ax + y - 7z = -5$ y $x + 2y + a2z = 8$ se cortan en una recta que pasa por el punto $A = (0, 2, 1)$ pero que no pasa por el punto $B = (6, -3, 2)$. Escribir la ecuación de dicha recta.