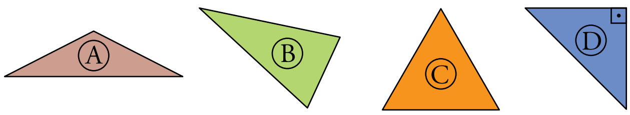
Página 211

Clasificación de los triángulos

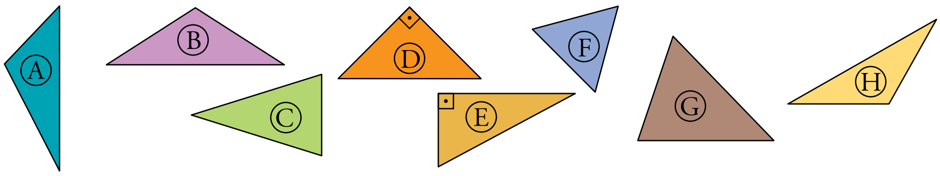
1. Di cómo son, según sus lados y según sus ángulos, los triángulos siguientes:



A → isósceles y obtusángulo.
B → escaleno y acutángulo.
C → equilátero y acutángulo.
D → isósceles y rectángulo.

2. Di cuáles de estos triángulos son:

a) Acutángulos.
b) Rectángulos.
c) Obtusángulos isósceles.
d) Rectángulos escalenos.
e) Obtusángulos escalenos.
f) Rectángulos isósceles.

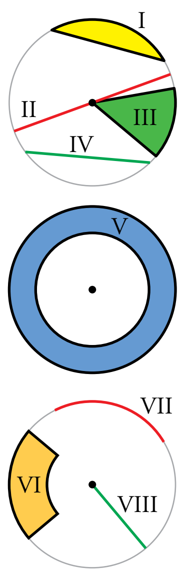


a) Acutángulos → C, F, G
b) Rectángulos → D, E
c) Obtusángulos isósceles → B, H
d) Rectángulos escalenos → E
e) Obtusángulos escalenos → A
f) Rectángulos isósceles → D

Figuras circulares

3. Asocia los nombres a cada una de las figuras dibujadas:

a) Sector circular.
b) Trapecio circular.
c) Diámetro.
d) Cuerda.
e) Radio.
f) Segmento circular.
g) Corona circular.
h) Arco.



a) Sector circular → III
b) Trapecio circular → VI
c) Diámetro → II
d) Cuerda → IV
e) Radio → VIII
f) Segmento circular → I
g) Corona circular → V
h) Arco → VII

Cuadriláteros con bandas de papel

4. Describe el tipo de paralelogramo que se obtiene según que las bandas sean del mismo o de distinto ancho, y según se sitúen perpendicularmente o inclinadas como en la figura.

- Bandas del mismo ancho perpendiculares → cuadrado.
- Bandas del mismo ancho no perpendiculares → rombo.
- Bandas de anchos distintos perpendiculares → rectángulo.
- Bandas de anchos distintos no perpendiculares → romboide.

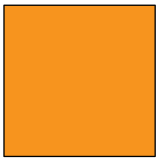
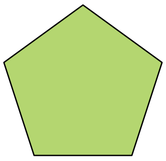
5. Describe el tipo de trapecio que se obtiene en cada uno de los casos que aparecen en la imagen. Relaciónalos con las posiciones de las bandas.

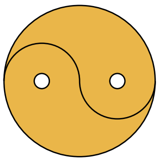
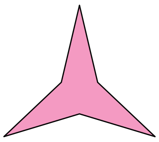
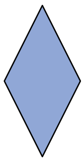
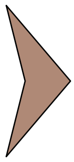
- Bandas con aristas perpendiculares a un lado del triángulo → trapecio rectángulo.
- Bandas que forman el mismo ángulo con dos lados del triángulo → trapecio isósceles.

2 Simetrías en las figuras planas

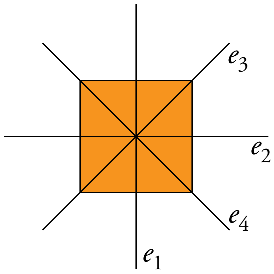
Página 213

1. Di cuáles de las siguientes figuras son simétricas respecto a algún eje. Dibuja cada eje de simetría y, si tienes un pequeño espejo a mano, comprueba que lo es. Si tiene más de un eje de simetría, averigua qué ángulo forman cada dos de ellos contiguos.

a)  **b)**  **c)**  **d)** 

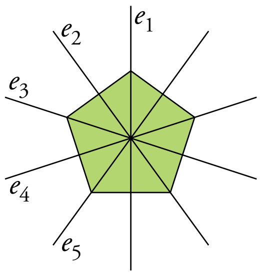
e)  **f)**  **g)**  **h)** 

a) El cuadrado tiene cuatro ejes de simetría: e_1, e_2, e_3 y e_4.



Cada dos ejes contiguos forman 45°.

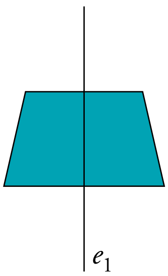
b) El pentágono regular tiene cinco ejes de simetría: e_1, e_2, e_3, e_4 y e_5.



Cada dos ejes contiguos forman 36°.

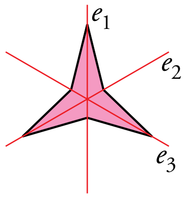
c) No tiene ejes de simetría.

d) El trapecio isósceles tiene un eje de simetría: e_1.



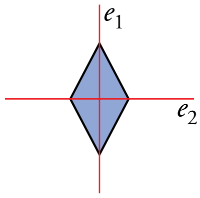
e) No tiene ejes de simetría.

f) Tiene tres ejes de simetría: e_1, e_2 y e_3.



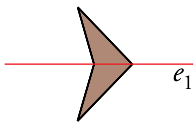
Cada dos ejes contiguos forman 60°.

g) Tiene dos ejes de simetría: e_1 y e_2.



Cada dos ejes contiguos forman 90°.

h) Tiene un eje de simetría: e_1.



3 Triángulos

Página 214

1. ¿Verdadero o falso?

a) Un triángulo con dos ángulos rectos es birrectángulo.

b) Un triángulo puede ser escaleno y rectángulo.

c) Un triángulo isósceles siempre es acutángulo.

d) Un triángulo equilátero siempre es acutángulo.

e) Cuanto más grandes sean los lados de un triángulo equilátero, más grandes son sus ángulos.

a) Falso. En un triángulo no puede haber dos ángulos rectos porque la suma de todos sus ángulos sería mayor de 180°.

b) Verdadero.

c) Falso. Puede ser rectángulo y obtusángulo.

d) Verdadero.

e) Falso. En un triángulo equilátero todos sus ángulos miden lo mismo, 60°.

2. Construye con regla y compás un triángulo cuyos lados miden:

a) $a = 6$ cm, $b = 6$ cm y $c = 6$ cm.

b) $a = 6$ cm, $b = 6$ cm y $c = 3$ cm.

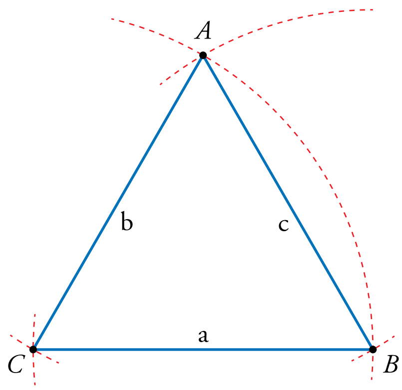
c) $a = 6$ cm, $b = 6$ cm y $c = 8$ cm.

d) $a = 7$ cm, $b = 5$ cm y $c = 8$ cm.

Estudia, en cada caso, la relación entre sus ángulos.

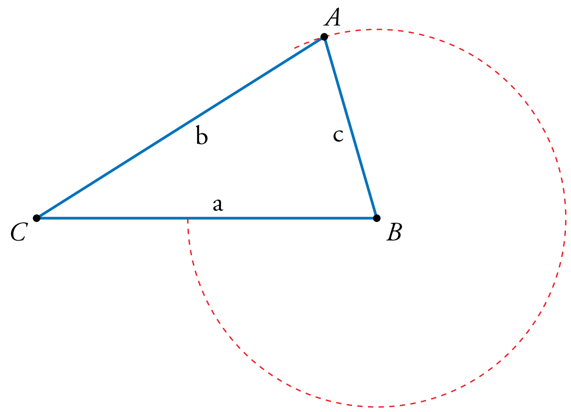
a) Como todos los lados son iguales, sus ángulos son iguales.

Nota: gráfica reducida al 75 %.

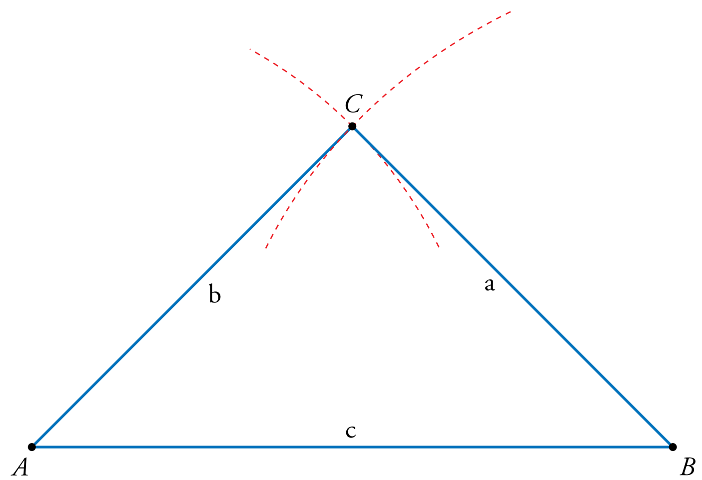


b) Como los lados a y b son iguales, los ángulos correspondientes $\hat{A}$ y $\hat{B}$ también son iguales. Sin embargo, el lado c es menor que a y b, por tanto, el ángulo $\hat{C}$ es menor que los otros dos ángulos.

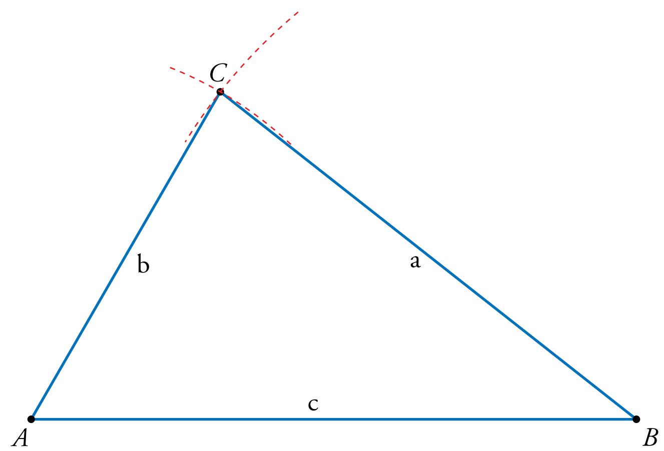
Nota: gráfica reducida al 75 %.



c) Como los lados a y b son iguales, los ángulos correspondientes $\hat{A}$ y $\hat{B}$ también son iguales. Sin embargo, el lado c es mayor que a y b, por tanto, el ángulo $\hat{C}$ es mayor que los otros dos ángulos.

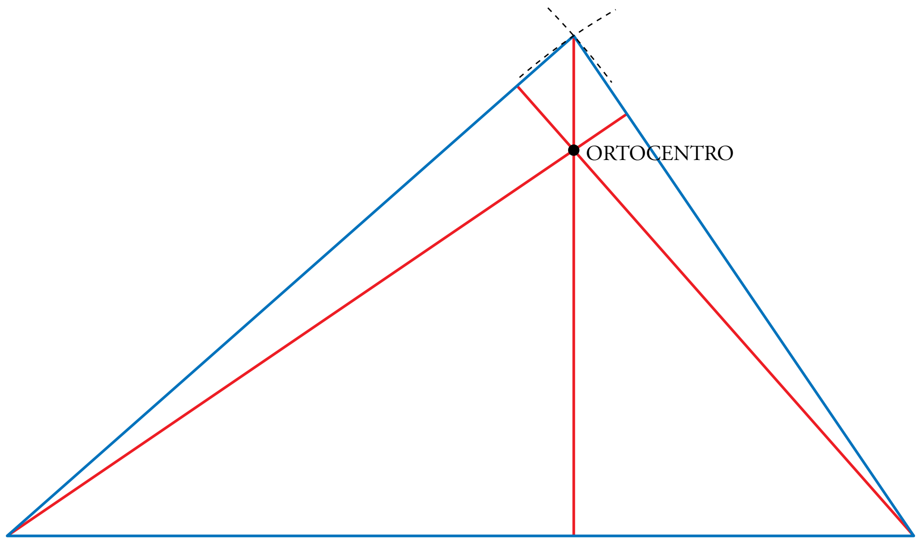


d) $b < a < c$. Por tanto, los ángulos correspondientes son $\hat{B} < \hat{A} < \hat{C}$.

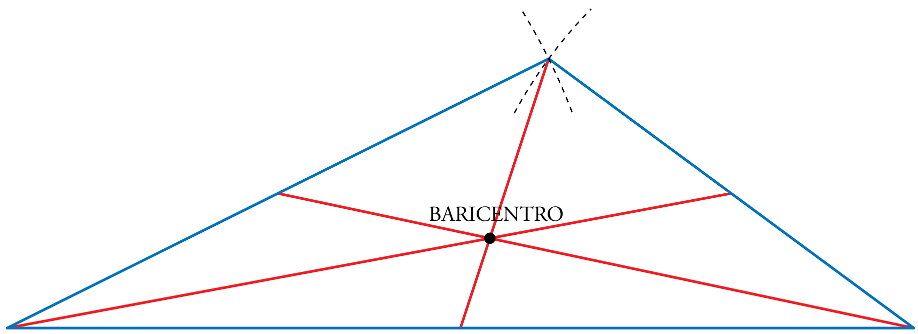


Página 215

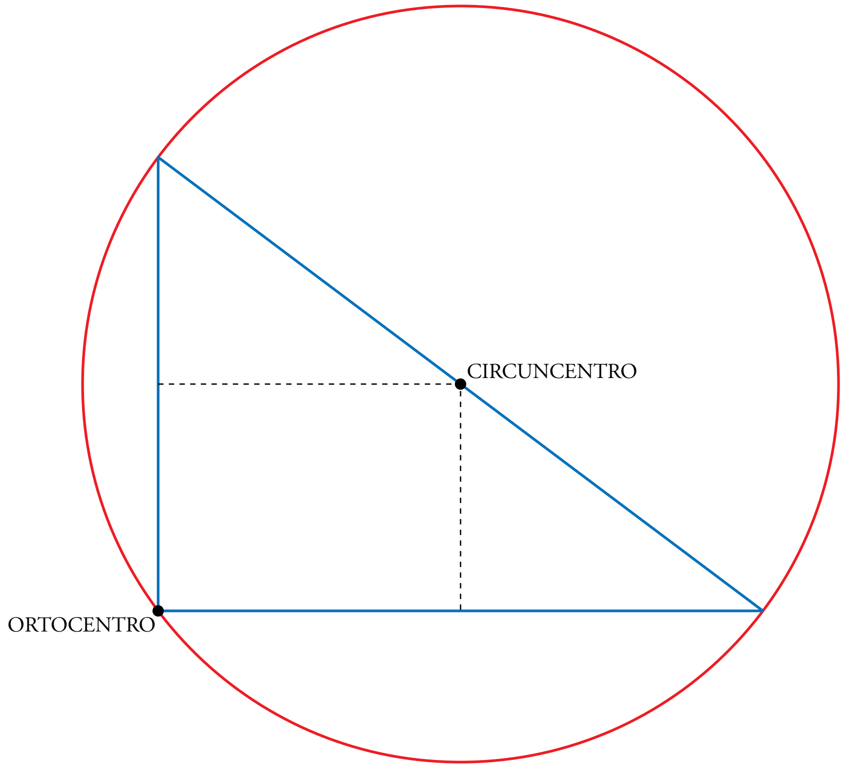
3. **Dibuja el triángulo de lados 8 cm, 10 cm y 12 cm. Observa que es acutángulo. Traza sus tres alturas y señala su ortocentro.**



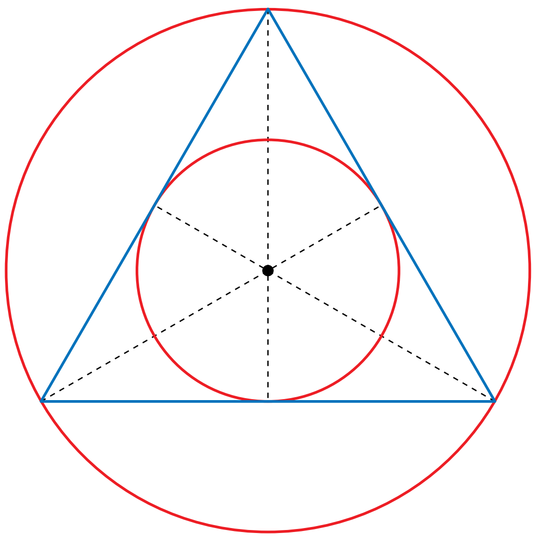
4. **Dibuja el triángulo de lados 6 cm, 8 cm y 12 cm. Observa que es obtusángulo. Traza sus medianas y señala su baricentro.**



5. **Dibuja el triángulo de lados 6 cm, 8 cm y 10 cm. Observa que es rectángulo. Localiza su ortocentro y su circuncentro. Traza la circunferencia circunscrita.**



6. **Dibuja el triángulo equilátero de lado 6 cm. Traza la circunferencia inscrita y la circunferencia circunscrita.**



4 Cuadriláteros

Página 217

1. ¿Verdadero o falso?

a) Si un cuadrilátero tiene dos lados opuestos iguales, entonces es un paralelogramo.

b) Si un cuadrilátero tiene los lados iguales dos a dos, entonces es un paralelogramo.

c) Si un cuadrilátero tiene las diagonales perpendiculares, entonces es un rombo.

d) Si un cuadrilátero tiene los ángulos iguales dos a dos, es rombo, romboide o trapecio isósceles.

a) Falso. Si los lados no son paralelos no tiene por qué ser un paralelogramo.

b) Falso. Un trapezoide con forma de cometa tiene los lados iguales dos a dos y no es un paralelogramo.

c) Falso. Por ejemplo, un trapezoide con forma de cometa no es un rombo y tiene las diagonales perpendiculares.

d) Verdadero.

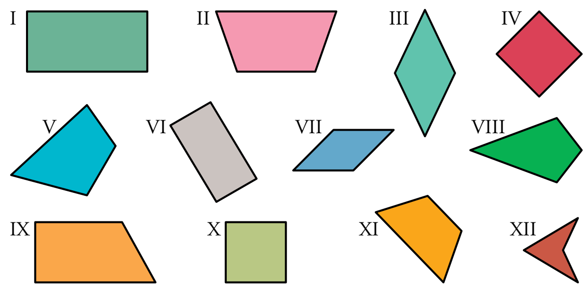
2. Observa los cuadriláteros siguientes:

a) ¿Cuáles son paralelogramos, cuáles trapecios y cuáles trapezoides?

b) Ponle un nombre adecuado a cada uno. Por ejemplo, cuadrado, trapezoide…

c) Di cuántos ejes de simetría tiene cada figura.

d) ¿Cuáles de estas figuras tienen las diagonales perpendiculares? ¿Cuáles las tienen iguales?



a) Paralelogramos: I, III, IV, VI, VII, X.

Trapecios: II, IX, XI.

Trapezoides: V, VIII, XII.

b) I → Rectángulo.
II → Trapecio isósceles.
III → Rombo.
IV → Cuadrado.
V → Trapezoide.
VI → Rectángulo.
VII → Rombo.
VIII → Trapezoide.
IX → Trapecio rectángulo.
X → Cuadrado.
XI → Trapecio isósceles.
XII → Trapezoide.

c) No tienen ejes de simetría: V y IX.

Tienen un eje de simetría: II, VIII, XI y XII.

Tienen dos ejes de simetría: I, III, VI y XII.

Tienen cuatro ejes de simetría: IV y X.

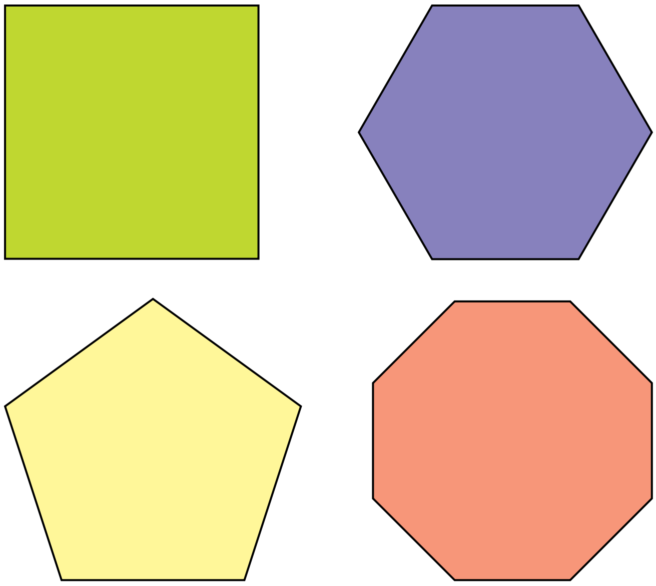
d) Tienen las diagonales perpendiculares: III, IV, VII, VIII, X y XII.

Tienen las diagonales iguales: I, II, IV, VI, X y XI.

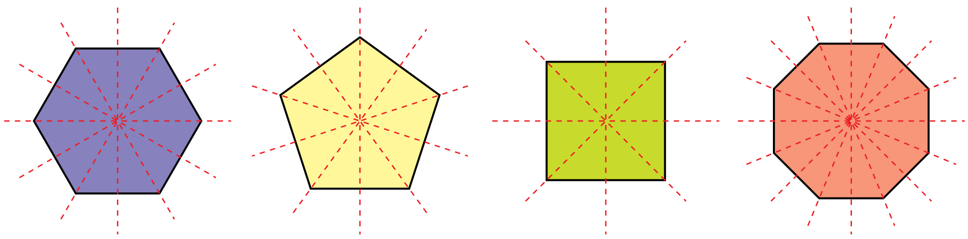
5 Polígonos regulares

Página 218

1. **Calca en tu cuaderno las figuras siguientes:**

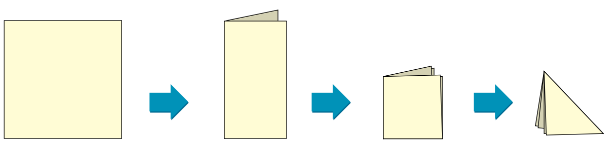


Dibuja en rojo todos sus ejes de simetría.



2. **Calca las figuras del ejercicio anterior y recórtalas. Señala, mediante pliegues, todos sus ejes de simetría.**

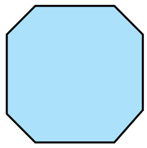
Observa que en el cuadrado puedes realizarlo mediante tres pliegues, y en el octógono, mediante cuatro.



Respuesta abierta.

3. **¿Verdadero o falso?**

a) Este octógono tiene todos sus ángulos iguales. Pero no es regular porque sus lados no son iguales.



b) Si un polígono tiene sus lados iguales, entonces seguro que sus ángulos son también iguales y, por tanto, es regular.

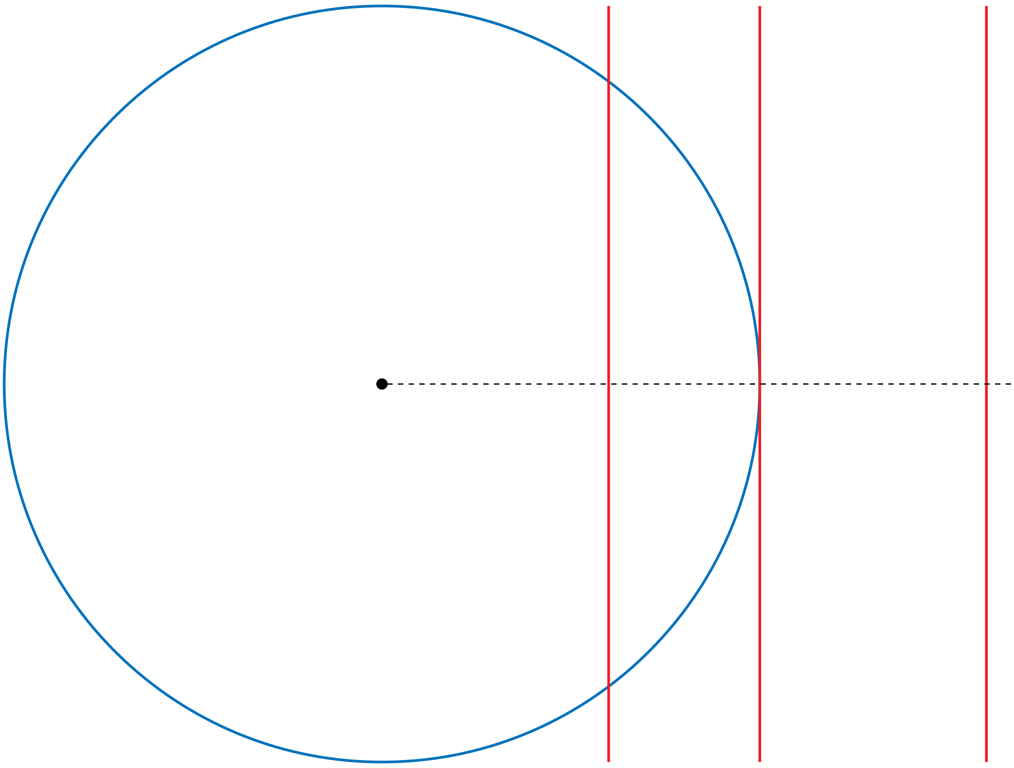
a) Verdadero.

b) Falso. Por ejemplo, un rombo no cuadrado tiene todos sus lados iguales, pero sus ángulos no son iguales, por tanto, no es un polígono regular.

6 Circunferencia

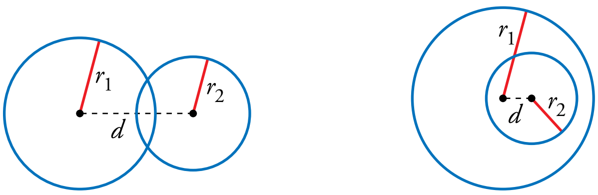
Página 219

1. **Traza una circunferencia de 5 cm de radio y tres rectas que pasen a 3 cm, 5 cm y 8 cm, respectivamente, del centro de la circunferencia.**



2. **Dibuja en tu cuaderno dos circunferencias secantes y una circunferencia interior a otra.**

Mide, en ambos casos, la distancia entre sus centros y compárala con sus radios.



$r_1 - r_2 < d < r_1 + r_2$ $\qquad$ $d < r_1 - r_2$

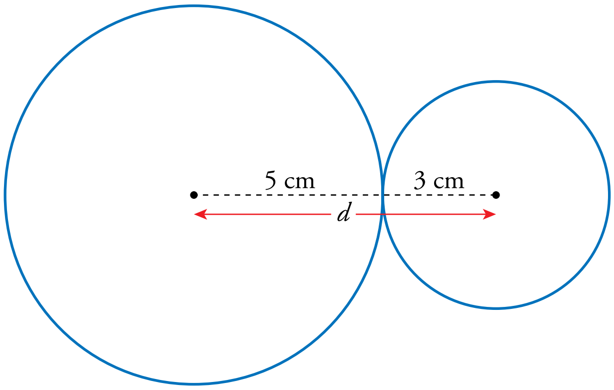
3. **Si trazaras dos circunferencias de radios 7 cm y 4 cm con sus centros a 10 cm de distancia, ¿en qué posición relativa quedarían? Trázalas y comprueba tu respuesta.**

Como 7 – 4 < 10 < 7 + 4, las circunferencias son secantes.

4. Traza dos circunferencias de radios 5 cm y 3 cm tangentes exteriores. ¿A qué distancia están sus centros?

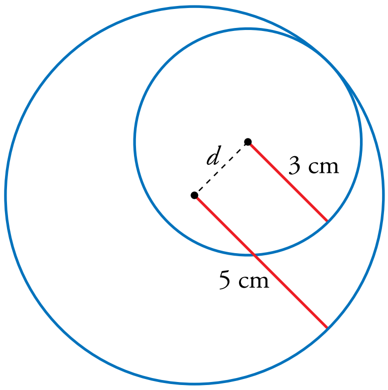
Traza dos circunferencias de 5 cm y 3 cm de radio tangentes interiores. ¿Cuánto distan sus centros?

Nota: la gráfica está reducida al 50 %



TANGENTES EXTERIORES

$d = 5 + 3 = 8$ cm



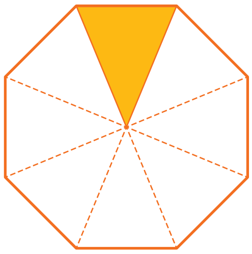
TANGENTES INTERIORES

$d = 5 - 3 = 2$ cm

7 Triángulo cordobés y figuras relacionadas con él

Página 220

1. Justifica que cada uno de los ocho "gajos" de un octógono regular es un triángulo cordobés. Es decir, justifica que es isósceles y que el ángulo menor mide 45°.



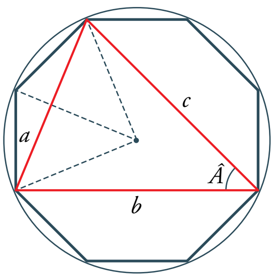
Un octógono regular es un polígono de ocho lados y ocho ángulos iguales.

Cada uno de los "gajos" que forma el octógono tendrá dos ángulos iguales.

El tercer ángulo del "gajo" es un ángulo central, que mide 360° : 8 = 45°.

Por tanto, cada "gajo" es un triángulo isósceles acutángulo con ángulo menor 45°.

2. Explica por qué este otro triángulo construido sobre octógono regular es también cordobés.

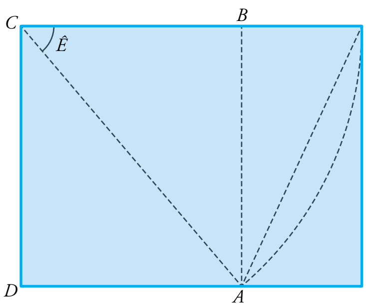


Por construcción, los lados b y c son iguales.

$\hat{A}$ es un ángulo inscrito que abarca un arco igual al que abarcan dos ángulos centrales (45° cada uno). Mide, por tanto, 45°.

El triángulo es, por tanto, isósceles.

3. Justifica por qué el triángulo constuido a partir de una hoja de DIN A4 del ejemplo anterior es cordobés.



El ángulo $\hat{E}$ mide 45° por ser la mitad de un ángulo recto.

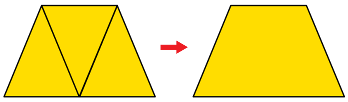
Uno de los lados del triángulo coincide con la diagonal del cuadrado ABCD y esta diagonal es igual al lado mayor del rectángulo. El triángulo es, por tanto, isósceles.

Página 221

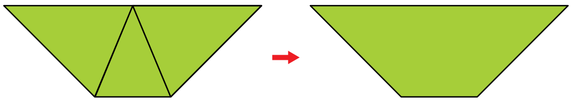
4. **Sabiendo que los lados menores de los triángulos que forman los trapecios cordobeses que hemos estudiado antes miden 1 dm (en el segundo trapecio se trata del lado menor del triángulo pequeño), calcula el perímetro de cada uno de los trapecios.**

Para el segundo trapecio, puedes obtener el lado mayor de cada triángulo grande mediante la siguiente proporción:

$$\frac{1}{1,3} = \frac{1,3}{l}$$



$$P = 1 + 1,3 + 1 + 1 + 1,3 = 5,6 \text{ dm}$$



$$\frac{1}{1,3} = \frac{1,3}{l} \to l = 1,3^2$$

$$P = 1,3^2 + 1,3^2 + 1,3^2 + 1 + 1,3^2 = 7,76 \text{ dm}$$

8 Teorema de Pitágoras

Página 222

1. Averigua si cada uno de los siguientes triángulos es acutángulo, rectángulo u obtusángulo (compara el cuadrado del lado mayor con la suma de los cuadrados de los dos menores):

a) a = 26 cm, b = 24 cm, c = 10 cm. **b) a = 20 cm, b = 17 cm, c = 19 cm.**

c) a = 17 m, b = 8 m, c = 15 m. **d) a = 17 m, b = 6 m, c = 14 m.**

e) a = 20 km, b = 30 km, c = 40 km. **f) a = 1 m, b = 84 cm, c = 57 cm.**

a) $\left.\begin{array}{l} a^2 = 676 \\ b^2 + c^2 = 576 + 100 = 676 \end{array}\right\} \; a^2 = b^2 + c^2 \;\rightarrow$ triángulo rectángulo.

b) $\left.\begin{array}{l} a^2 = 400 \\ b^2 + c^2 = 289 + 361 = 650 \end{array}\right\} \; a^2 < b^2 + c^2 \;\rightarrow$ triángulo acutángulo.

c) $\left.\begin{array}{l} a^2 = 289 \\ b^2 + c^2 = 64 + 225 = 289 \end{array}\right\} \; a^2 = b^2 + c^2 \;\rightarrow$ triángulo rectángulo.

d) $\left.\begin{array}{l} a^2 = 289 \\ b^2 + c^2 = 36 + 196 = 232 \end{array}\right\} \; a^2 > b^2 + c^2 \;\rightarrow$ triángulo obtusángulo.

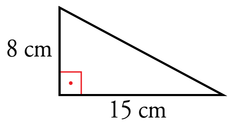
e) $\left.\begin{array}{l} c^2 = 1\,600 \\ a^2 + b^2 = 400 + 900 = 1\,300 \end{array}\right\} \; c^2 > a^2 + b^2 \;\rightarrow$ triángulo obtusángulo.

f) $\left.\begin{array}{l} a^2 = 10\,000 \\ b^2 + c^2 = 7\,056 + 3\,249 = 10\,305 \end{array}\right\} \; a^2 < b^2 + c^2 \;\rightarrow$ triángulo acutángulo.

9 Aplicaciones del teorema de Pitágoras

Página 223

1. Halla la longitud de la hipotenusa.

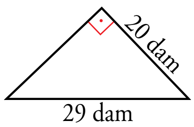


Hipotenusa = h

$h^2 = 8^2 + 15^2 = 289$

$h = \sqrt{289} = 17$ cm

2. Halla la longitud del cateto desconocido.



Cateto desconocido = c

$29^2 = 20^2 + c^2$

$c^2 = 29^2 - 20^2 = 441 \rightarrow c = \sqrt{441} = 21$ dam

3. Los catetos de un triángulo rectángulo miden 33 m y 27 m. Halla la longitud de la hipotenusa aproximando hasta los decímetros.

Hipotenusa = h

$h^2 = 33^2 + 27^2 = 1\,818$

$h = \sqrt{1\,818} \approx 42,6$ m

4. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 24 dm, y un cateto, 19 dm. Halla la longitud del otro cateto aproximando hasta los centímetros.

Cateto desconocido = c

$24^2 = 19^2 + c^2$

$c^2 = 24^2 - 19^2 = 215$

$c = \sqrt{215} \approx 14,7$ dm

Página 224

5. La diagonal de un rectángulo mide 65 cm, y uno de sus lados, 33 cm.

Halla su perímetro.

El lado que falta mide $l = \sqrt{65^2 - 33^2} = \sqrt{3\,136} = 56$ cm.

Perímetro $= 2 \cdot 56 + 2 \cdot 33 = 178$ cm.

6. Las diagonales de un rombo miden 130 cm y 144 cm. Calcula su perímetro.

La mitad de las diagonales serían los catetos del triángulo cuya hipotenusa es igual al lado del rombo, *l*.

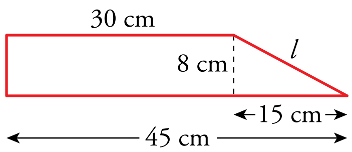
Por tanto:

$$l = \sqrt{\left(\frac{130}{2}\right)^2 + \left(\frac{144}{2}\right)^2} = \sqrt{9\,409} = 97 \text{ cm}$$

Perímetro $= 4 \cdot 97 = 388$ cm

7. En un trapecio rectángulo, las bases miden 45 cm y 30 cm, y su altura, 8 cm.

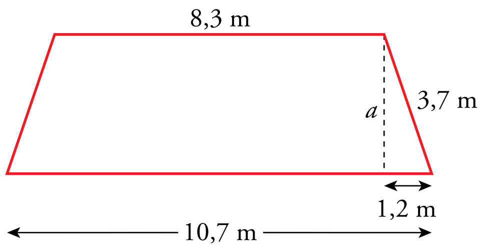
Halla su perímetro.



$l = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$ cm

Así: $P = 8 + 30 + 17 + 45 = 100$ cm

8. Halla la altura de un trapecio isósceles cuyas bases miden 8,3 m y 10,7 m, y el otro lado, 3,7 m.

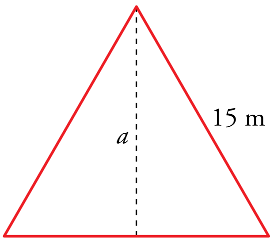


$1{,}2^2 + a^2 = 3{,}7^2$

$a = \sqrt{3{,}7^2 - 1{,}2^2} = \sqrt{12{,}25} = 3{,}5$ m

Página 225

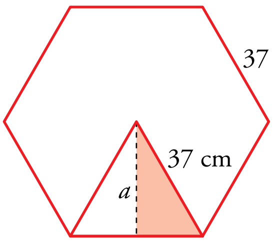
9. Halla la altura de un triángulo equilátero cuyo perímetro mide 45 m.



$45 = 3l \rightarrow l = \dfrac{45}{3} = 15 \text{ m}$

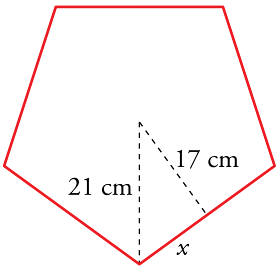
$a = \sqrt{15^2 - 7{,}5^2} = \sqrt{168{,}75} \approx 13 \text{ m}$

10. Calcula la apotema de un hexágono regular de 37 cm de lado.



$a = \sqrt{37^2 - 18{,}5^2} = \sqrt{1\,026{,}75} \approx 32{,}04 \text{ cm}$

11. Calcula el perímetro de un pentágono regular de radio 21 cm y apotema 17 cm.

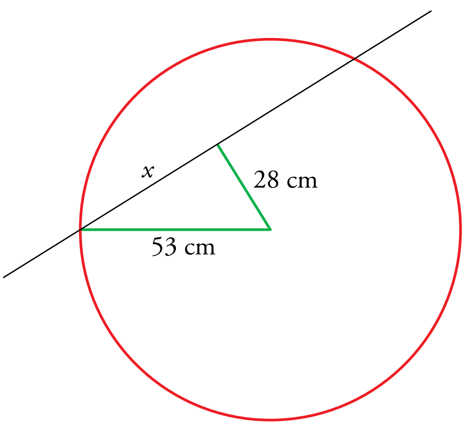


$x = \sqrt{21^2 - 17^2} = \sqrt{152} \approx 12{,}33 \text{ cm}$

El lado mide $2 \cdot 12{,}33 = 24{,}66$ cm.

El perímetro del pentágono mide $5 \cdot 24{,}66 = 123{,}3$ cm.

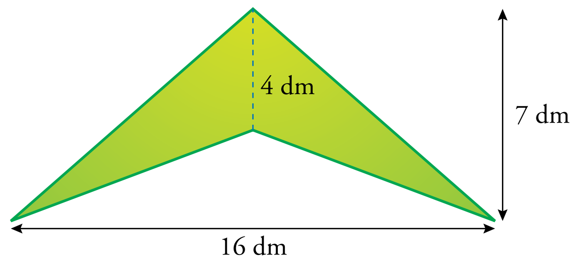
12. ¿Cuánto mide una cuerda de una circunferencia de 53 cm de radio si dista del centro 28 cm?

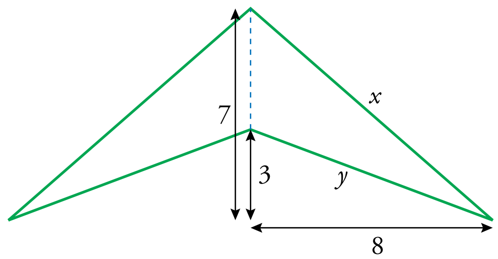


$x = \sqrt{53^2 - 28^2} = \sqrt{2\,025} = 45 \text{ cm}$

La cuerda mide $2 \cdot 45 = 90$ cm.

13. **Halla el perímetro de este trapezoide con forma de ala delta sabiendo que sus diagonales miden 16 dm y 4 dm.**





$x = \sqrt{7^2 + 8^2} = 10,63$ dm

$y = \sqrt{3^2 + 8^2} = 8,54$ dm

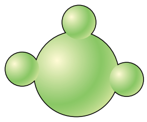
$P = 2 \cdot 10,63 + 2 \cdot 8,54 = 38,34$ dm

10 Cuerpos geométricos

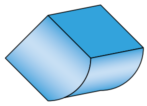
Página 226

1. **¿Verdadero o falso?**

a) Esta figura es cuerpo de revolución porque es redondita.



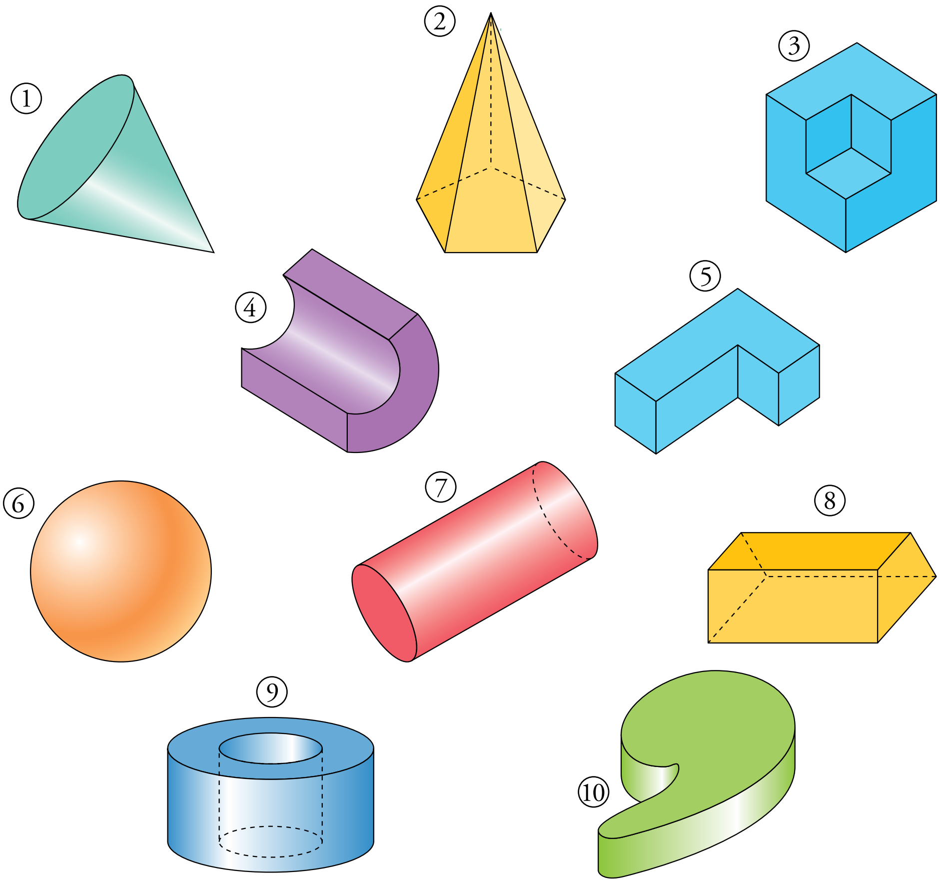
b) Esta figura es un poliedro porque algunas de sus caras son polígonos.



a) Falso. Esta figura no es el resultado de girar una figura plana.

b) Falso. Un poliedro tiene todas sus caras poligonales.

2. **Señala, entre los cuerpos de abajo, dos poliedros (aparte del 2 y el 3).**

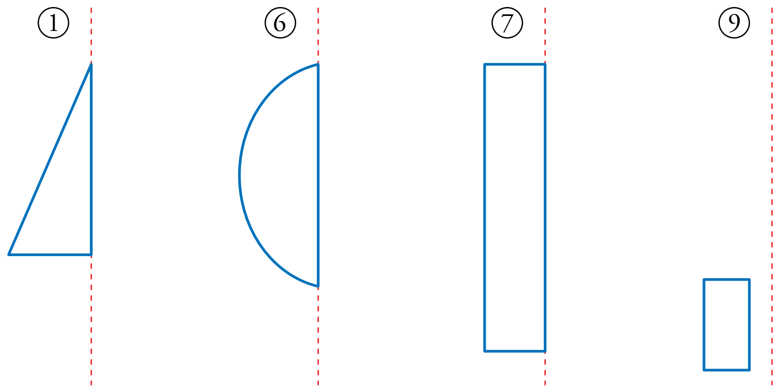


Son poliedros el 5 y el 8.

3. **Entre los cuerpos de arriba, señala dos cuerpos de revolución (aparte del 1 y el 6).**

Dibuja la figura plana y el eje que generan cada cuerpo.

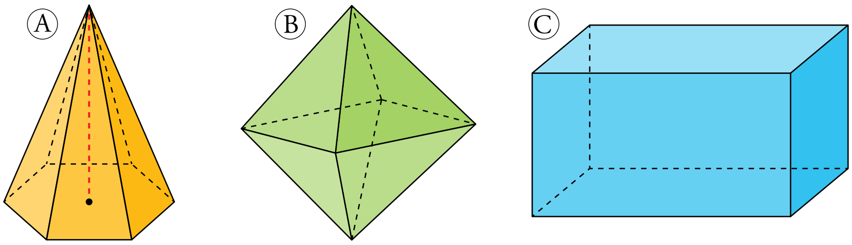
Son cuerpos de revolución el 7 el 9.



11 Poliedros

Página 227

1. Describe los poliedros siguientes: nombre, cómo son sus caras y cuántas tienen, número de aristas, de vértices…



Ⓐ Es una pirámide hexagonal regular. La base es un hexágono regular y las caras laterales son triángulos isósceles. Tiene 7 caras, 12 aristas y 7 vértices.

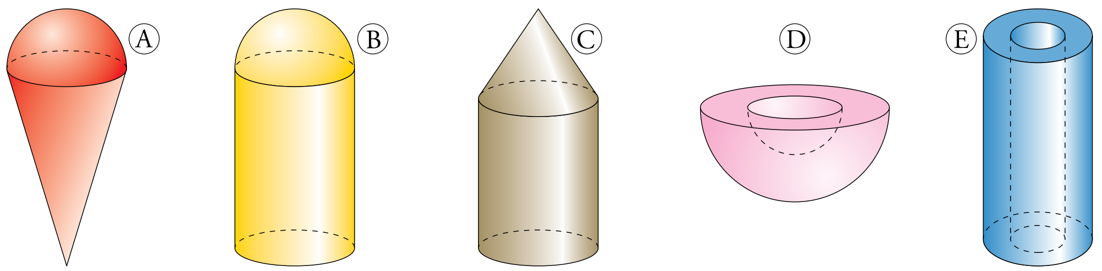
Ⓑ Es un octaedro regular. Sus caras son triángulos equiláteros. Tiene 8 caras, 12 aristas y 6 vértices.

Ⓒ Es un ortoedro (prisma). Sus caras son 4 rectángulos y 2 cuadrados. Tiene 6 caras, 12 aristas y 8 vértices.

12 Cuerpos de revolución

Página 228

1. Utilizando las palabras cilindro, cono y esfera, describe los siguientes cuerpos geométricos:



Ⓐ Es un cono unido a media esfera.

Ⓑ Es un cilindro unido a media esfera.

Ⓒ Es un cilindro unido a un cono por su base.

Ⓓ Es media esfera a la que se le ha quitado media esfera concéntrica a la anterior de radio menor.

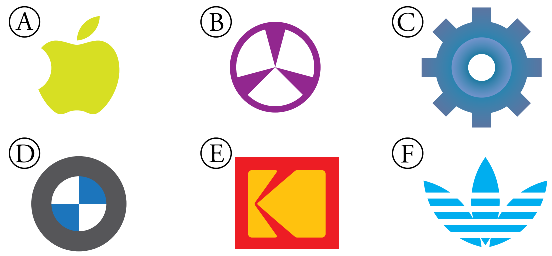
Ⓔ Es un cilindro al que se le ha quitado otro cilindro de radio menor y concéntrico al anterior.

Ejercicios y problemas

Página 229

Simetrías

1. **Señala, cuando existan, todos los ejes de simetría en estas figuras. Si hay más de dos, halla el ángulo que forman dos de los ejes contiguos.**



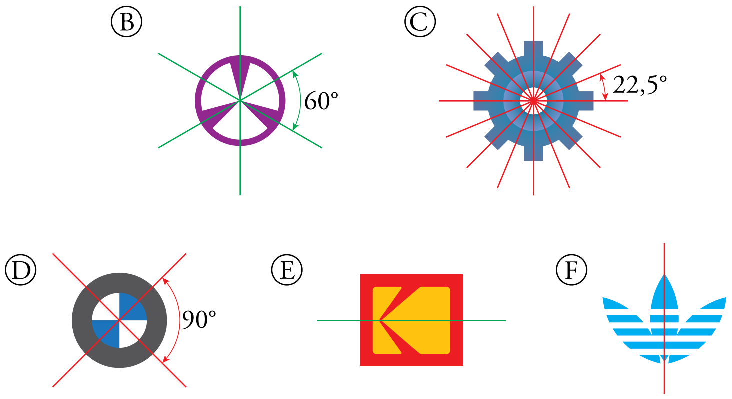
Ⓐ No tiene simetrías.

Ⓔ y Ⓕ tienen un eje de simetría.

Ⓓ tiene dos ejes de siemtría.

Ⓑ tiene tres ejes de simetría.

Ⓒ tiene dieciseis ejes de simetría.



2. **Observa las letras del abecedario:**

A B C D E F G
H I J K L M N
Ñ O P Q R S T
U V W X Y Z

Di cuáles no tienen ejes de simetría (hay 10), cuáles tienen un eje de simetría (hay 13), cuáles tienen dos (hay 3) y cuál tiene infinitos ejes de simetría.

Dibuja cada una de ellas en tu cuaderno señalando los ejes que tenga.

Representa las 10 cifras de nuestro sistema de numeración e indica cuáles de ellas tienen ejes de simetría.

No tienen ejes de simetría: F, G, J, N, Ñ, P, Q, R, S, Z.

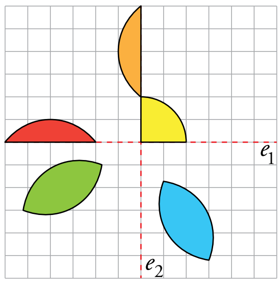
Tienen un eje de simetría: A, B, C, D, E, K, L, M, T, U, V, W, Y. Así:

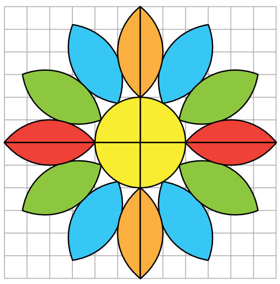
Tienen dos ejes de simetría: H, I, X. Así:

La O tiene infinitos ejes de simetría. Todas las rectas que pasen por el centro de la circunferencia son ejes de simetría.

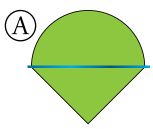
El 0 y el 8 tienen dos ejes de simetría y el 3, uno. El resto, ninguno.

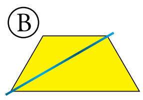
3. **Copia en tu cuaderno y completa la siguiente figura para que tenga los dos ejes de simetría que se indican:**

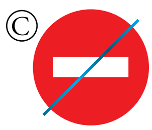




4. **Imagina que pones un espejo sobre la línea azul de las siguientes figuras:**



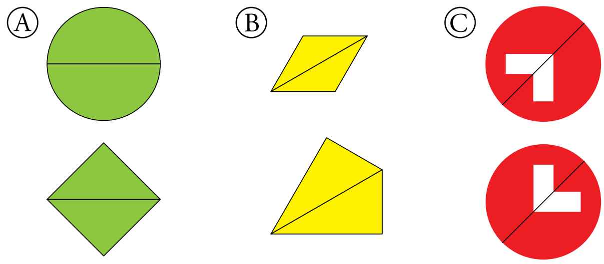




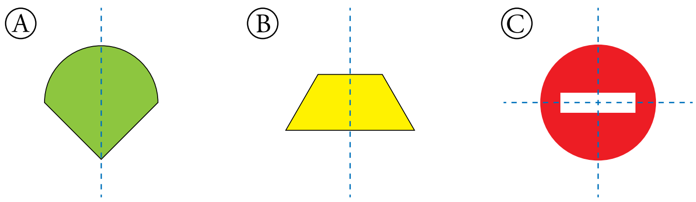
a) **Dibuja en tu cuaderno lo que crees que se verá mirando por cada una de sus dos caras.**

b) **¿Cómo hay que situar el espejo en cada figura para que se vea lo mismo por las dos caras?**

a) El círculo y el cuadrado se obtienen de la figura A, los trapezoides, de la B, y las otras dos, de la C.

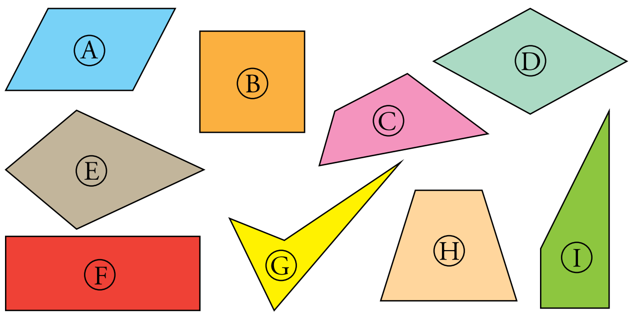


b)



Polígonos. Clasificación

5. **Pon nombre a cada uno de estos cuadriláteros:**



A → Romboide, paralelogramo.

B → Cuadrado, paralelogramo.

C, E, G → Trapezoide.

D → Rombo, paralelogramo.

F → Rectángulo, paralelogramo.

H → Trapecio isósceles.

I → Trapecio rectángulo.

6. **Indica qué propiedades de la derecha tienen las figuras de la izquierda:**

CUADRADO

RECTÁNGULO (no cuadrado)

ROMBO (no cuadrado)

ROMBOIDE

PARALELOGRAMO

TRAPEZOIDE

1 Cuatro lados iguales.
2 Cuatro ángulos rectos.
3 Ángulos opuestos iguales.
4 Diagonales perpendiculares.
5 Diagonales que se cortan en sus puntos medios.
6 Diagonales no perpendiculares.
7 Cuatro ejes de simetría.
8 Dos ejes de simetría.

CUADRADO → 1, 2, 4, 5, 7

RECTÁNGULO (no cuadrado) → 2, 5, 6, 8

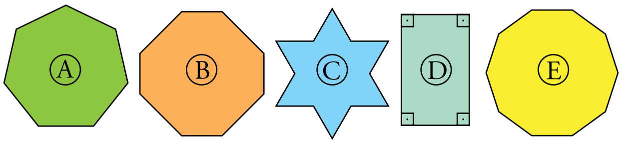
ROMBO (no cuadrado) → 1, 3, 4, 5, 8

ROMBOIDE → 3, 5, 6

PARALELOGRAMO → 5

TRAPEZOIDE → 6

7. **¿Cuáles de estos polígonos son regulares?**

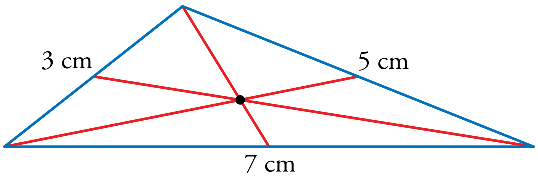


Los polígonos que son regulares son el A (heptágono regular) y el E (decágono regular).

Construcciones

8. **Dibuja un triángulo de lados 3 cm, 5 cm y 7 cm, y traza sus medianas. ¿Cómo se llama el punto donde se cortan?**

El punto donde se cortan las medianas se llama baricentro.



9. **Dibuja estos triángulos, clasifícalos y encuentra el circuncentro de cada uno:**

a) **4 cm, 6 cm y 5 cm.**

b) **12 cm, 13 cm y 5 cm.**

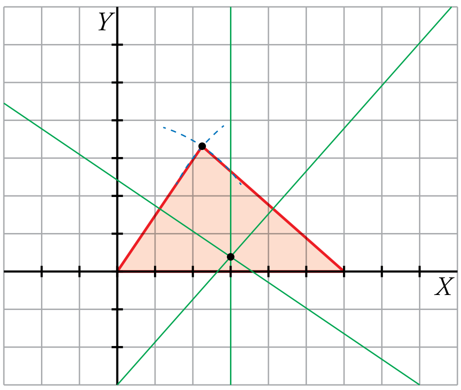
c) **8 cm, 6 cm y 12 cm.**

d) **5 cm, 5 cm y 5 cm.**

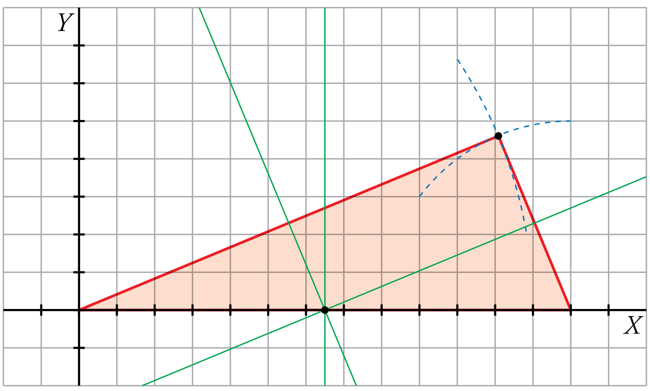
Intenta formular una propiedad que relacione la posición del circuncentro y el tipo de triángulo.

Nota: el lado de cada cuadradito representa 1 cm.

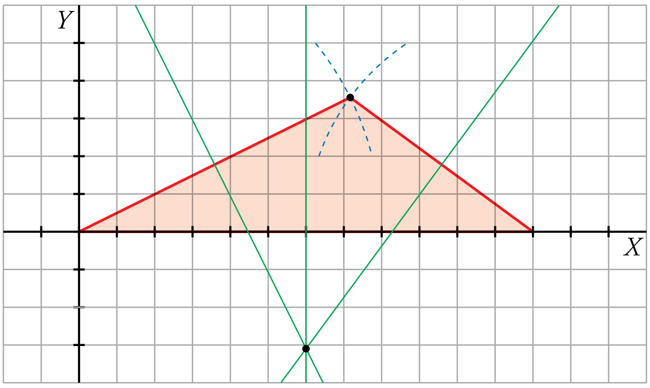
a) Es un triángulo acutángulo y el circuncentro se sitúa en su interior.



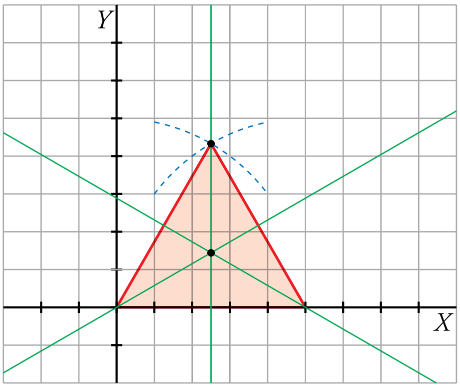
b) Es un triángulo rectángulo y el circuncentro está en el punto medio de la hipotenusa.



c) Es un triángulo obtusángulo y el circuncentro está en el exterior del triángulo.



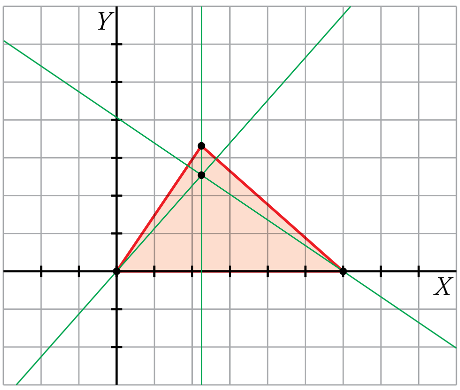
d) Es un triángulo equilátero y el circuncentro coincide con el incentro, el baricentro y el ortocentro en el centro de gravedad del triángulo.



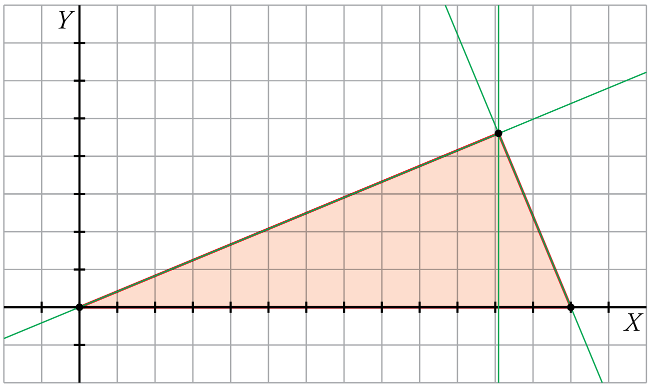
10. **Haz lo mismo que en la actividad anterior pero en lugar del circuncentro, encuentra el ortocentro.**

Nota: el lado de cada cuadradito representa 1 cm.

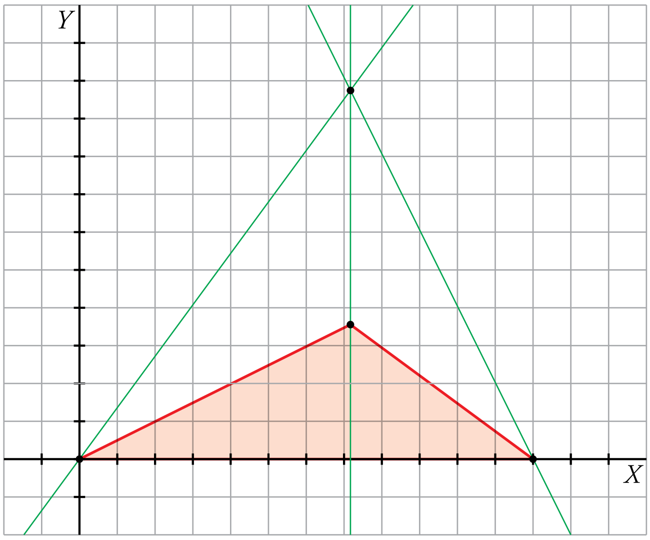
a) Es un triángulo acutángulo y el ortocentro se sitúa en su interior.



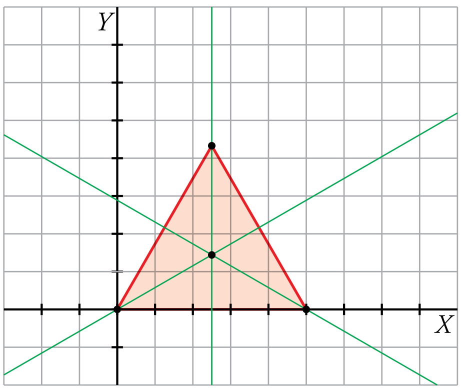
b) Es un triángulo rectángulo y el ortocentro está en el vértice del ángulo recto.



c) Es un triángulo obtusángulo y el ortocentro está en el exterior del triángulo.



d) Es un triángulo equilátero y el ortocentro coincide con el incentro, el baricentro y el circuncentro en el centro de gravedad del triángulo.



Página 230

Propiedades de las figuras planas

Para resolver las siguientes actividades, te puedes ayudar de un dibujo.

11. **¿Por qué no pueden construirse estos triángulos?:**

a) Sus lados miden 15,3 cm, 8,6 cm y 5,2 cm.

b) Dos de sus ángulos miden 95° y 88°.

a) Porque el lado que mide 15,3 cm es mayor que la suma de los otros dos lados.

(8,6 + 5,2 = 13,8 cm)

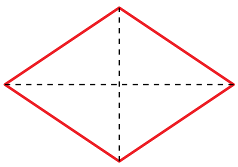
b) Porque la suma de esos dos ángulos es mayor que 180°, que es lo que suman los tres ángulos de un triángulo.

12. **Si dibujas dos segmentos que sean perpendiculares en sus puntos medios y unes sus extremos, obtienes un cuadrilátero. ¿De qué tipo es…**

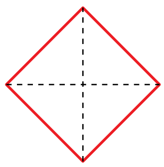
a) … si los dos segmentos tienen distinta longitud?

b) … si los dos segmentos tienen la misma longitud?

a) Es un rombo.



b) Es un cuadrado.

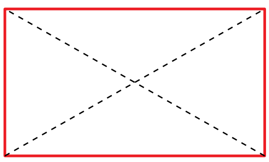


13. **Imagina dos segmentos que se cortan en sus puntos medios y no son perpendiculares. Al unir sus extremos se obtiene un cuadrilátero. ¿Cuál es…**

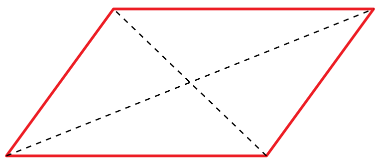
a) … si los dos segmentos son iguales?

b) … si un segmento es más largo que el otro?

a) Es un rectángulo.



b) Es un romboide.



14. **Dibuja y clasifica, cuando sea posible, un ejemplo de cada cuadrilátero:**

a) Con dos ejes de simetría.

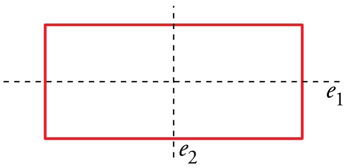
b) Con cuatro ejes de simetría.

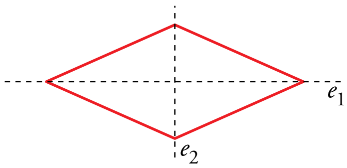
c) Con un eje de simetría.

d) Paralelogramo sin ejes de simetría.

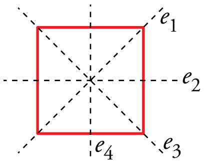
e) No trapecio con un eje de simetría.

a) Puede ser un rectángulo o un rombo.

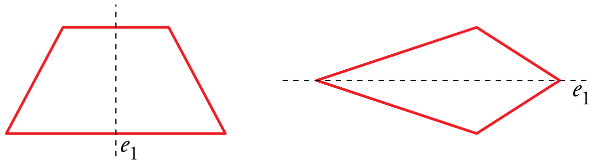




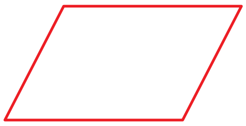
b) Cuadrado.



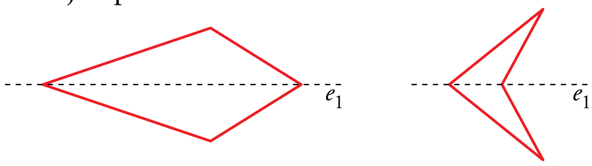
c) Por ejemplo:



d) Por ejemplo:



e) Por ejemplo:



15. **Escribe el nombre de cada cuadrilátero:**

a) Paralelogramo con diagonales perpendiculares.

b) No paralelogramo con diagonales perpendiculares.

c) Paralelogramo con diagonales iguales.

d) No paralelogramo con diagonales iguales.

a) Cuadrado o rombo.

b) Una "cometa".

c) Cuadrado o rectángulo.

d) Trapecio isósceles.

16. **¿De qué cuadrilátero se trata?**

a) Dos pares de lados iguales y paralelogramo.

b) Dos pares de lados iguales y no paralelogramo.

c) Dos pares de ángulos iguales y paralelogramo.

d) Dos pares de ángulos iguales y no paralelogramo.

a) Rectángulo o romboide.

b) Una "cometa".

c) Rombo.

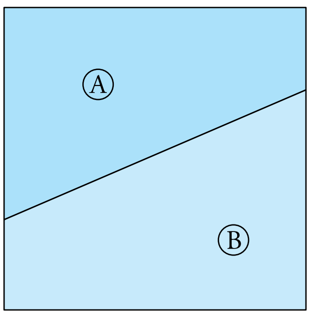
d) Trapecio isósceles.

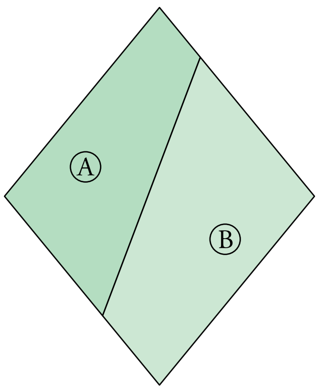
17. **Dibuja dos trapecios que, al unirlos, den lugar a las siguientes figuras:**

a) Un cuadrado.

b) Un rombo.

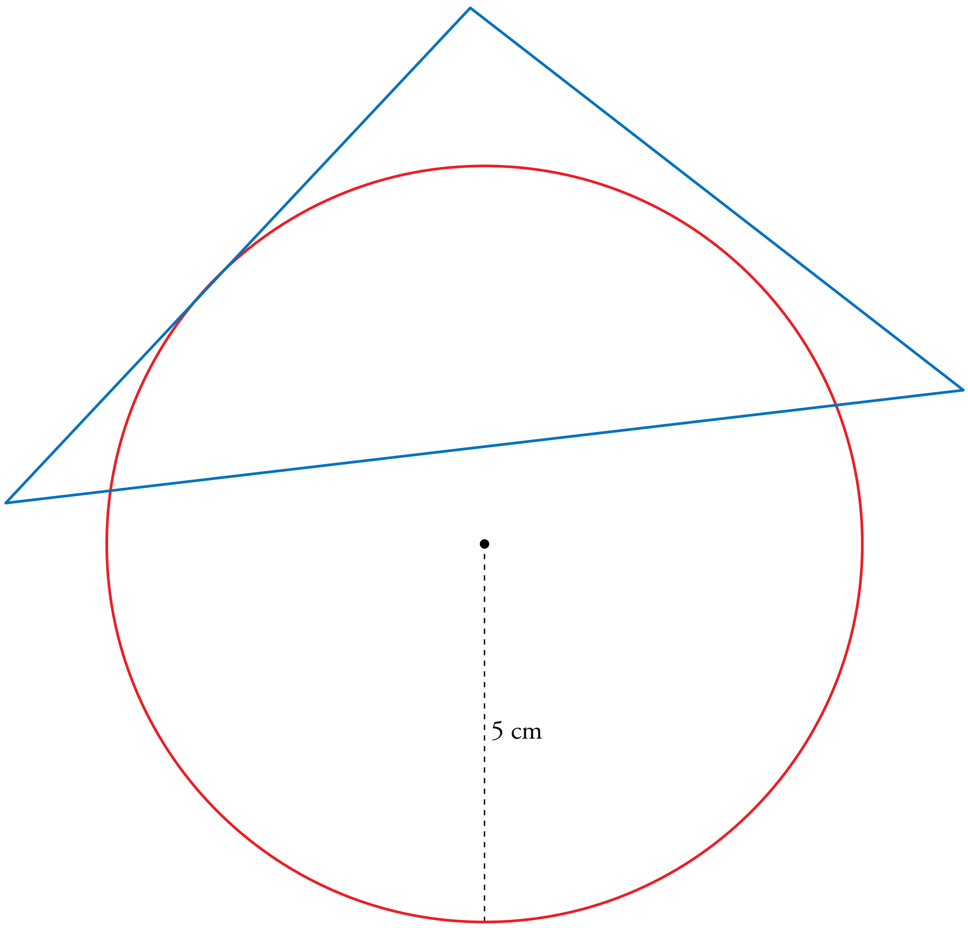
Te puedes ayudar, en cada caso, de un dibujo de la figura e intentar dividirla en dos trapecios.





Posiciones relativas

18. **Dibuja una circunferencia de 5 cm de radio y un triángulo cuyos lados sean: uno secante a la circunferencia, otro tangente y otro exterior.**



19. **Indica en cada caso la posición relativa de dos circunferencias de radios 7 cm y 10 cm, respectivamente, cuyos centros se encuentran a:**

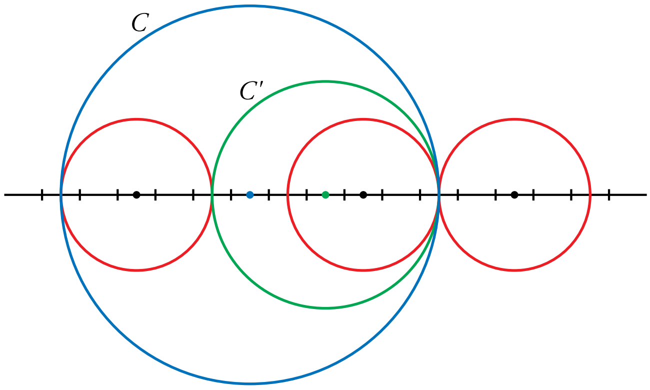
a) **9 cm** **b)** **20 cm** **c)** **3 cm** **d)** **13 cm** **e)** **0 cm**

a) Secantes. b) Exteriores. c) Tangentes interiores.

d) Tangentes exteriores. e) Concéntricas.

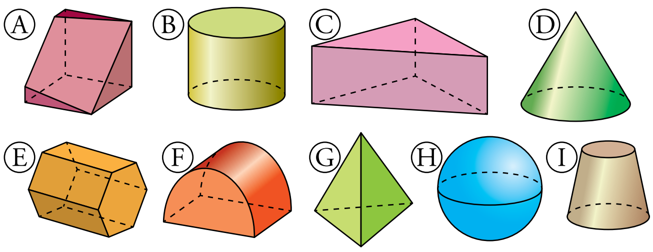
20. **Dibuja dos circunferencias, C y C', de radios 5 cm y 3 cm que sean tangentes interiores. Traza tres circunferencias distintas, de 2 cm de radio, tales que cada una de ellas sea tangente a C y a C'.**

Nota: cada división de la recta representa 1 cm.



Cuerpos geométricos

21. **Observa estos cuerpos:**



a) ¿Cuáles son poliedros? De ellos, nombra los prismas y la pirámide. ¿Hay alguno que no sea prisma ni pirámide?

b) ¿Cuáles son cuerpos de revolución? Nómbralos.

c) ¿Hay alguno que no sea poliedro ni cuerpo de revolución?

a) Son poliedros: A, C, E y G.

C → Prisma triangular. E → Prisma hexagonal.

G → Pirámide cuadrangular regular. A → No es ni prisma ni pirámide.

b) Son cuerpos de revolución: B, D, H e I.

B → Cilindro. D → Cono.

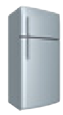
H → Esfera. I → Tronco de cono.

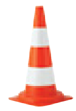
c) F

22. **¿Cuáles de estas figuras son cuerpos de revolución? ¿De cuáles conoces el nombre?**

a) 

b) 

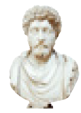
c) 

d) 

e) 

f) 

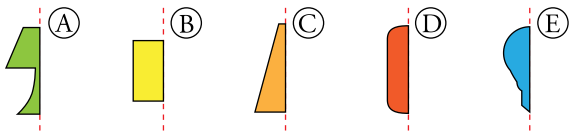
g) 

h) 

Son cuerpos de revolución: b) y d).

b) es un cilindro y d) un tronco de cono.

23. **Si giras estas figuras en torno al eje indicado, se generan figuras del ejercicio anterior. Identifícalas.**



A → a)

B → b)

C → d)

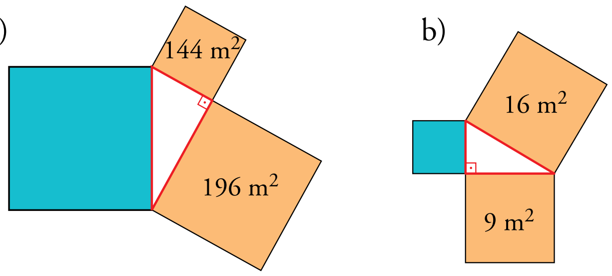
D → f)

E → g)

Página 231

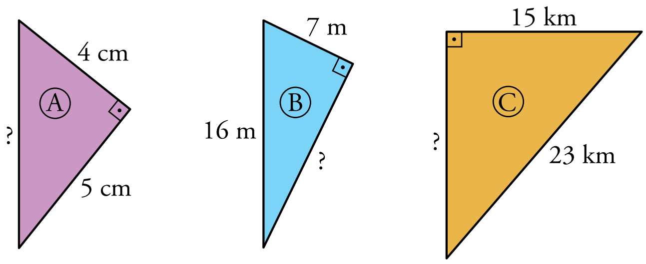
Teorema de Pitágoras. Aplicaciones

24. **Di el valor del área de cada cuadrado azul:**



a) $A = 144 + 196 = 340 \text{ m}^2$ b) $A = 16 - 9 = 7 \text{ m}^2$

25. **Calcula el lado desconocido de estos triángulos rectángulos, aproximando hasta las décimas:**



Llamamos x a la longitud del lado desconocido:

A: $x = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41} \approx 6{,}4$ cm

B: $x = \sqrt{16^2 - 7^2} = \sqrt{207} \approx 14{,}4$ m

C: $x = \sqrt{23^2 - 15^2} = \sqrt{304} \approx 17{,}4$ km

26. **Dibuja cada situación y marca el triángulo rectángulo que debes resolver para hallar lo que te piden:**

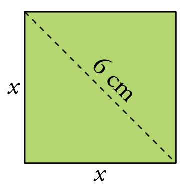
a) ¿Cuánto mide el lado del cuadrado cuya diagonal mide 6 cm?

b) La diagonal de un rectángulo mide 10 cm, y uno de sus lados, 8 cm. Halla la longitud del otro lado.

c) Halla el lado de un rombo cuyas diagonales miden 6 cm y 8 cm.

d) De un rombo se conocen una de sus diagonales, 16 cm, y el lado, 17 cm. Calcula la otra diagonal.

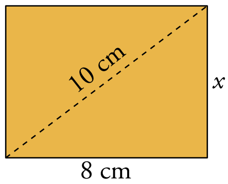
a)



$6^2 = x^2 + x^2 \rightarrow 36 = 2x^2 \rightarrow x^2 = 18 \rightarrow x \approx 4{,}2$ cm

El lado del cuadrado mide 4,2 cm.

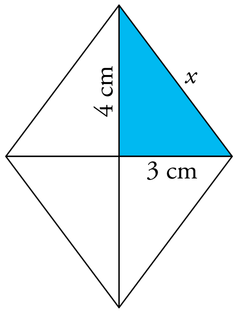
b)



$x = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6$ cm

El lado que falta del rectángulo mide 6 cm.

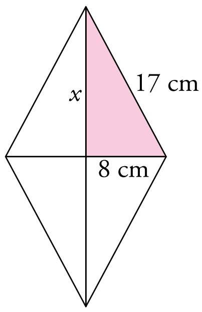
c)



$x = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$ cm

El lado del rombo mide 5 cm.

d)



$x = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15$ cm

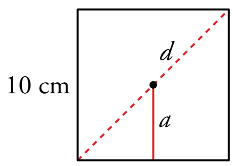
La otra diagonal del rombo mide $2 \cdot 15 = 30$ cm.

27. **¿Cómo es la longitud de la apotema de un cuadrado con relación a su lado?**

Halla el radio de un cuadrado cuyo lado mida 10 cm, con dos cifras decimales.

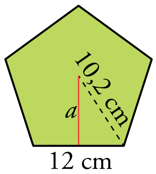
La longitud de la apotema de un cuadrado es la mitad de su lado.

El radio del cuadrado es la mitad de su diagonal.



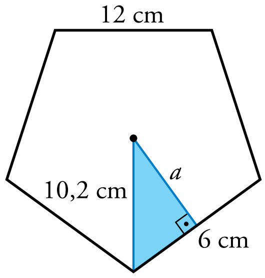
La diagonal mide $d = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14{,}14$ cm por lo que el radio mide 7,7 cm.

28. **El lado de un pentágono regular mide 12 cm, y su radio, 10,2 cm. Halla su apotema con una cifra decimal.**

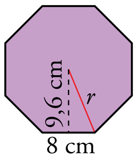


$a = \sqrt{10,2^2 - 6^2} = \sqrt{68,04} \approx 8,2$ cm

La apotema del pentágono mide 8,2 cm.

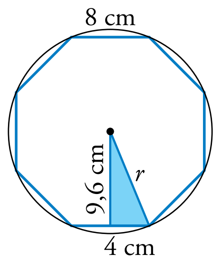


29. **El lado de un octógono regular mide 8 cm, y su apotema, 9,6 cm. Halla el radio de la circunferencia circunscrita al polígono.**

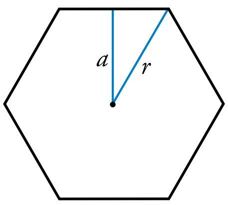


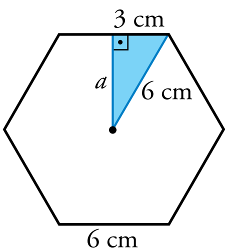
$r = \sqrt{9,6^2 + 4^2} = \sqrt{108,16} \approx 10,4$ cm

El radio de la circunferencia circunscrita es igual al radio del octógono, y mide 10,4 cm.



30. **En el hexágono regular, el lado es igual al radio. Calcula la longitud de la apotema de un hexágono regular de lado 6 cm, con una cifra decimal.**



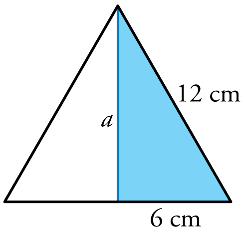


$a = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} \approx 5,2$ cm

La apotema del hexágono mide 5,2 cm.

31. **Halla, con una cifra decimal, la altura de un triángulo equilátero de 12 cm de lado. ¿Cuánto miden su apotema y su radio?**

En un triángulo equilátero, la apotema es 1/3 de la altura.



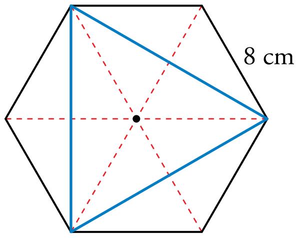
$a = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} \approx 10{,}4$ cm

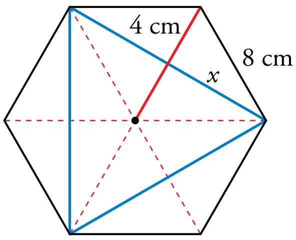
La altura mide 10,4 cm.

La apotema es $\frac{1}{3}$ de la altura del triángulo, y el radio es $\frac{2}{3}$ de la altura.

Por tanto: apotema $= \frac{1}{3}(10{,}4) \approx 3{,}5$ cm radio $= \frac{2}{3}(10{,}4) \approx 6{,}9$ cm

32. **El lado del hexágono exterior mide 8 cm. Halla el radio, la apotema y el lado del triángulo azul.**





Al ser un hexágono, su radio mide igual que el lado. Por tanto:

$x = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} \approx 6{,}9$ cm

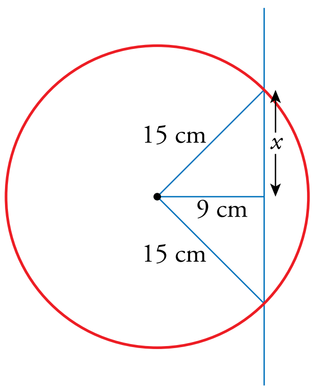
El lado del triángulo mide $2 \cdot 6{,}9 = 13{,}8$ cm.

El radio del triángulo coincide con el radio del hexágono, por lo que mide 8 cm.

La apotema del triángulo mide la mitad del radio; es decir, 4 cm.

33. **Una recta pasa a 9 cm del centro de una circunferencia de radio 15 cm. ¿Se llegan a cortar? Halla la longitud de la cuerda que determina en ella.**

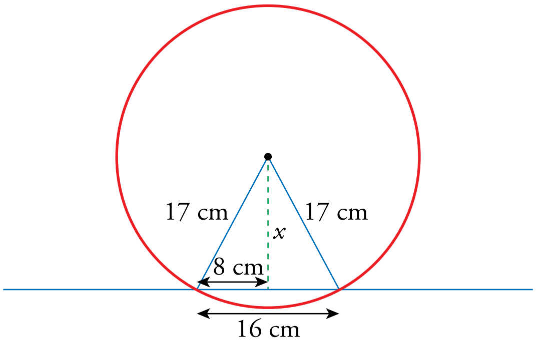
La recta corta a la circunferencia, ya que la distancia de la recta a su centro es menor que el radio.



$x = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$ cm

La cuerda mide $2 \cdot 12 = 24$ cm.

34. **Una circunferencia de 17 cm de radio corta a una recta. La cuerda originada mide 16 cm. ¿A qué distancia de la recta está el centro de la circunferencia?**



$x = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$ cm

El centro de la circunferencia está a 15 cm de la recta.

35. **Ejercicio resuelto.**

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

36. **Di si los triángulos siguientes son rectángulos, acutángulos u obtusángulos:**

a) $a = 61$ **m,** $b = 60$ **m,** $c = 11$ **m**

b) $a = 18$ **cm,** $b = 15$ **cm,** $c = 12$ **cm**

c) $a = 30$ **m,** $b = 24$ **m,** $c = 11$ **m**

d) $b = 25$ **m,** $c = 20$ **m,** $d = 30$ **m**

a) $a^2 = 3721$, $b^2 + c^2 = 3600 + 121 = 3721$

Como $a^2 = b^2 + c^2$, el triángulo es rectángulo.

b) $a^2 = 324$, $b^2 + c^2 = 225 + 144 = 369$

Como $a^2 < b^2 + c^2$, el triángulo es acutángulo.

c) $a^2 = 900$, $b^2 + c^2 = 576 + 121 = 697$

Como $a^2 > b^2 + c^2$, el triángulo es obtusángulo.

d) $d^2 = 900$, $c^2 + b^2 = 1025$

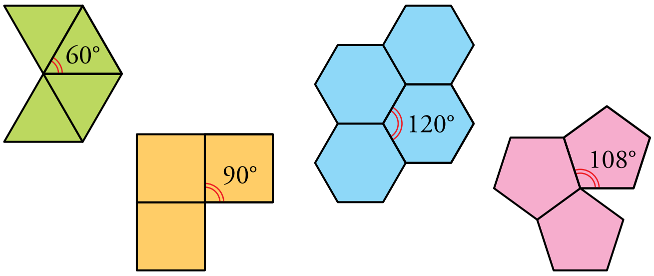
Como $d^2 < c^2 + b^2$, el triángulo es acutángulo.

Página 232

Piensa, justifica, describe

37. **Podemos embaldosar el suelo con losetas cuadradas o triangulares regulares. También encajan bien, unas con otras, las losetas hexagonales regulares.**

Sin embargo, los pentágonos regulares no sirven para embaldosar el suelo. Explica qué tiene que ver esto con el ángulo de estos polígonos regulares.



El ángulo del pentágono regular es de 108°, que no es divisor de 360°, por tanto, un número entero de huecos no encajarán sin dejar huecos o producirse solapamientos.

38. **Justifica si son regulares los siguientes polígonos:**

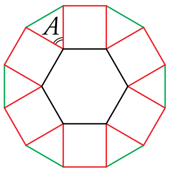
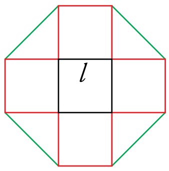


FIGURA I



l = 12 cm

FIGURA II

Figura I: Sobre cada uno de los lados del hexágono regular construimos un cuadrado. Unimos los vértices sueltos mediante segmentos. Se obtiene así un dodecágono (polígono de 12 lados).

Demuestra que el ángulo A es de 60º para así probar que el triángulo es equilátero.

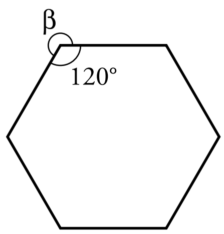
Figura II: Sobre cada uno de los lados del cuadrado construimos otro cuadrado. Unimos los vértices sueltos mediante segmentos.

FIGURA I

El ángulo interior del hexágono mide $\frac{4 \cdot 180°}{6} = 120°$.

β medirá $360° - 120° = 240°$.

Pero $\beta = 90° + 90° + A \rightarrow A = \beta - 2 \cdot 90° \rightarrow A = 60°$



Sabiendo que $A = 60°$, sabemos que los triángulos de la figura son equiláteros. Por eso sabemos que los lados del dodecágono que resulta son iguales. Como los ángulos que forman el dodecágono son la suma del ángulo de un cuadrado más el de un triángulo, son todos iguales. Por tanto, es regular.

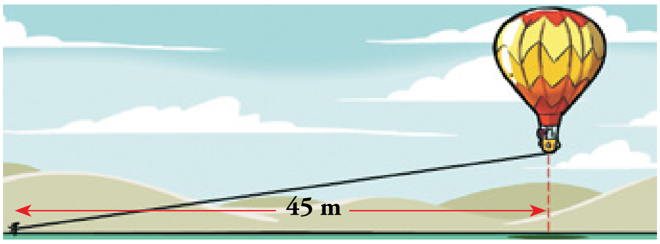
FIGURA II

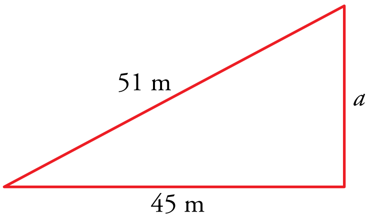
Los triángulos de la figura son rectángulos, por lo que no son equiláteros. La hipotenusa de cada triángulo es mayor que los catetos, que son iguales que el lado del cuadrado. Como el octógono tiene lados formados por los lados de los cuadrados y otros formados por las hipotenusas de los triángulos, no tiene todos sus lados iguales. Por tanto, no es regular.

Página 233

Resuelve problemas (con el teorema de Pitágoras)

39. **Un globo cautivo está sujeto con una cuerda. Ayer, que no había viento, el globo estaba a 51 m de altura. Hoy hace viento, y la vertical del globo se ha alejado 45 m del punto de amarre. ¿A qué altura está hoy el globo?**

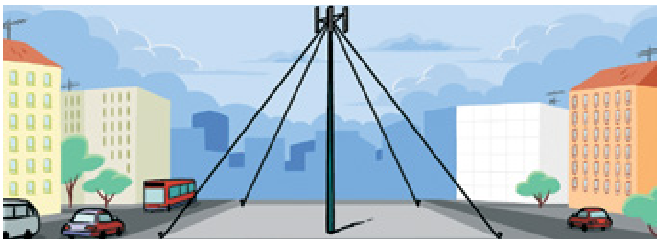


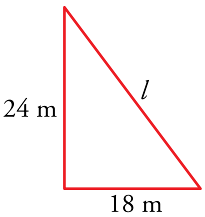


$a = \sqrt{51^2 - 45^2} = \sqrt{576} = 24$ m

El globo está hoy a 24 m de altura.

40. **Para afianzar una antena de 24 m de altura, se van a tender, desde su extremo superior, cuatro tirantes que se amarrarán en tierra, a 18 m de la base. ¿Cuántos metros de cable se necesitan para los tirantes?**



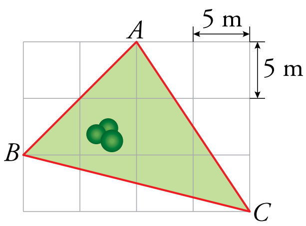


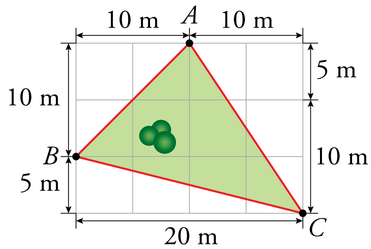
$l = \sqrt{24^2 + 18^2} = \sqrt{900} = 30$ m

La longitud de uno de los tirantes es 30 m.

Se necesita $4 \cdot 30 = 120$ m de cable para los tirantes.

41. **En una foto aérea se puede ver la finca de María. Si cada cuadrado tiene 5 m de lado, ¿cuántos metros mide la valla que la protege?**





Cada uno de los tres lados de la finca es la hipotenusa de un triángulo rectángulo. Calculamos las hipotenusas aplicando el teorema de Pitágoras:

$AC = \sqrt{10^2 + 15^2} = 18{,}03$ m

$BC = \sqrt{20^2 + 5^2} = 20{,}62$ m

$BA = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14{,}14$ m

Por tanto, la valla mide 18,03 + 20,62 + 14,14 = 52,79 metros.

42. **Un caracol sale todos los días de su escondite y va a comer brotes tiernos de un árbol. Para ello, se desplaza por el suelo durante 8 minutos y luego, sin variar su velocidad, trepa durante 6 minutos por el tronco recto del árbol.**

Pero un buen día se encuentra con que alguien ha colocado un tablón justo desde su guarida hasta la base de la copa del árbol.

¿Cuánto tardará si decide subir por el tablón? Eso sí, él avanza, siempre, imperturbable, a la misma velocidad.

El caracol tardará por este nuevo camino $\sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ minutos.

Problemas "+"

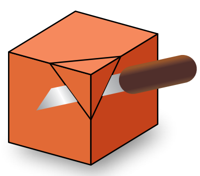
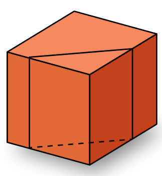
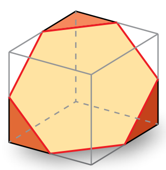
43. **Construye un cubo de plastilina.**

a) Señala sobre él cómo hay que cortarlo para obtener un triángulo equilátero. ¿Cuál es el mayor posible?

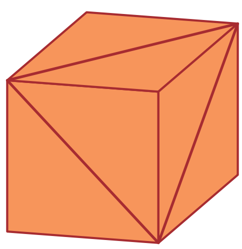
b) ¿Y un cuadrado?

c) ¿Y un hexágono regular?

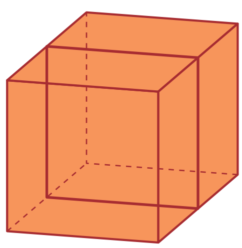
d) Dibuja el cubo y el corte que darías para obtener un trapecio isósceles.

a)

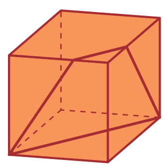


b)

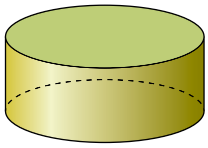


c) Hecho en el libro del alumno.

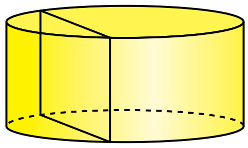
d)



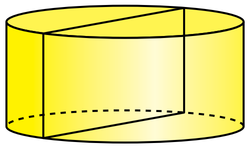
44. **¿Será posible conseguir un cuadrado cortando por un plano este cilindro? ¿Y un rectángulo? Dibuja en tu cuaderno los cortes que hay que hacer sobre el cilindro para obtener cada una de las figuras.**



Para obtener el cuadrado se corta la tapa por una cuerda de la circunferencia de longitud igual a la altura del cilindro y así se obtiene un cuadrado.

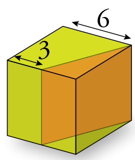


Para obtener el rectángulo buscamos una cuerda de longitud mayor que la altura del cilindro.

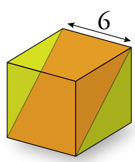


45. **Describe las figuras que se obtienen con los siguientes cortes hechos a un cubo de 6 cm de arista y represéntalas en tu cuaderno. Di qué tipo de polígono se obtiene y halla sus dimensiones:**

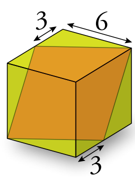
a) El corte contiene a una arista y pasa por los puntos medios de otras dos aristas.



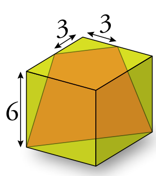
b) El corte contiene a dos aristas opuestas.



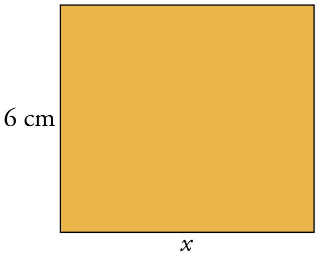
c) Observa que los cuatro lados son iguales. Halla su longitud y la de la diagonal menor.



d) El plano pasa por los puntos medios de dos aristas contiguas y por dos vértices.



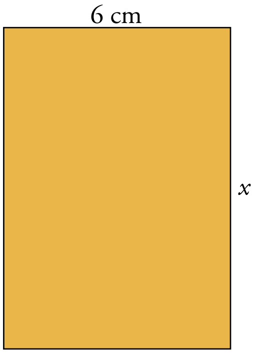
a)



$x = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} \approx 6{,}7$ cm

Es un rectángulo de 6,7 cm × 6 cm.

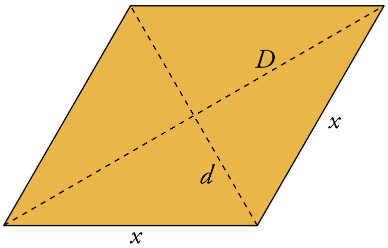
b)



$x = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} \approx 8{,}5$ cm

Es un rectángulo de 6 cm × 8,5 cm.

c)



$x = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} \approx 6{,}7$ cm

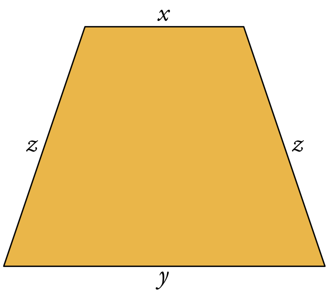
Es un rombo de 6,7 cm de lado.

Perímetro = $4 \cdot 6{,}7 = 26{,}8$ cm.

La diagonal menor es igual a la diagonal de una cara del cubo.

Mide $d = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} \approx 8{,}5$ cm.

d)



$x = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} \approx 4{,}2$ cm

$y = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} \approx 8{,}5$ cm

$z = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} \approx 6{,}7$ cm

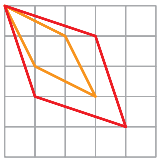
Es un trapecio isósceles de bases 8,5 cm y 4,2 cm y lados no paralelos de 6,7 cm.

Página 235

Entrénate resolviendo problemas

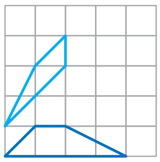
- Realiza esta actividad sobre papel cuadriculado. Sin ocupar más que un cuadrado de 5 × 5 y apoyándote en los vértices de la cuadrícula…

a) Representa tantos tipos de rombos que no sean cuadrados como puedas.

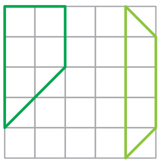


b) Representa algunos tipos de trapecios que no sean rectángulos ni isósceles.

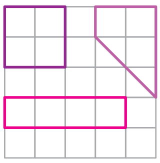
¡Hay muchísimos!



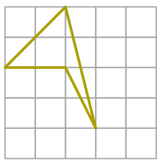
c) Inventa cuadriláteros distintos, pero todos ellos con el mismo perímetro.



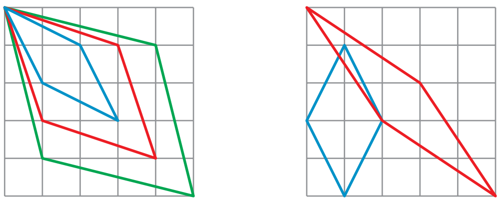
d) ¿Puedes delimitar varios cuadriláteros con la misma área pero con distinto perímetro?



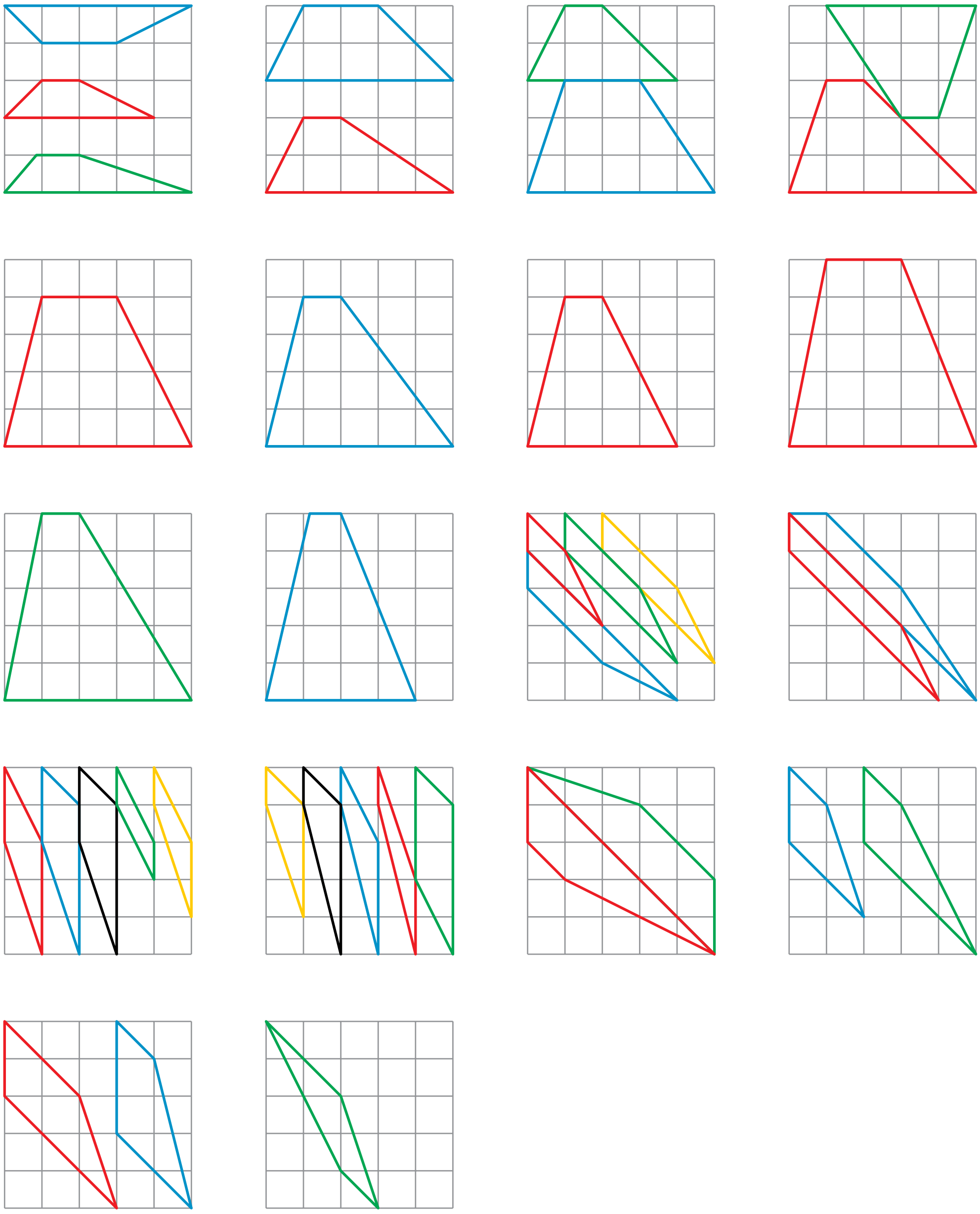
e) Representa algunos cuadriláteros cóncavos.



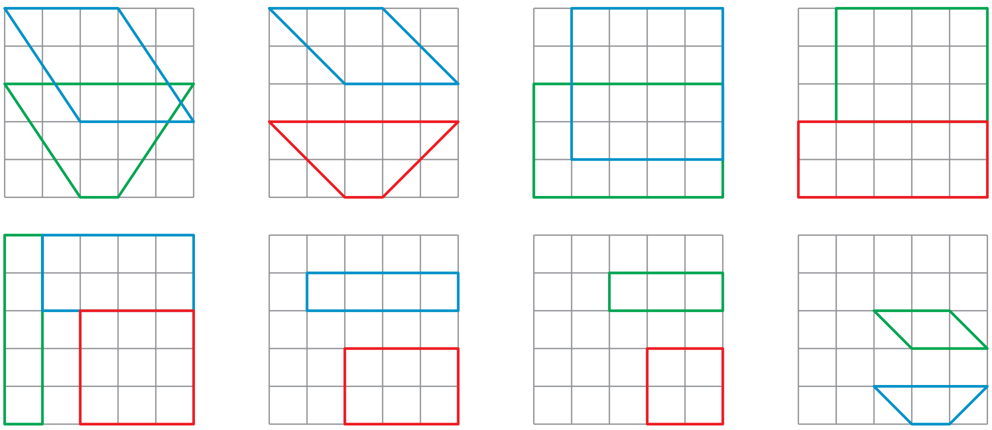
a)



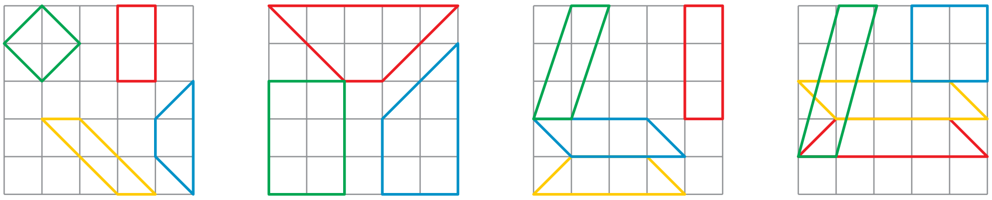
b)



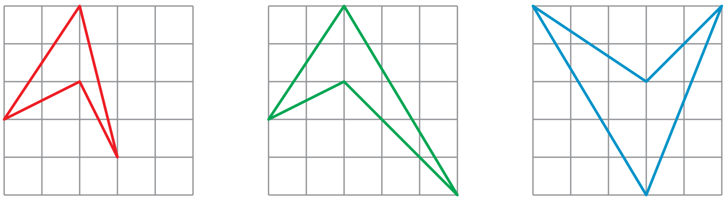
c)



d)

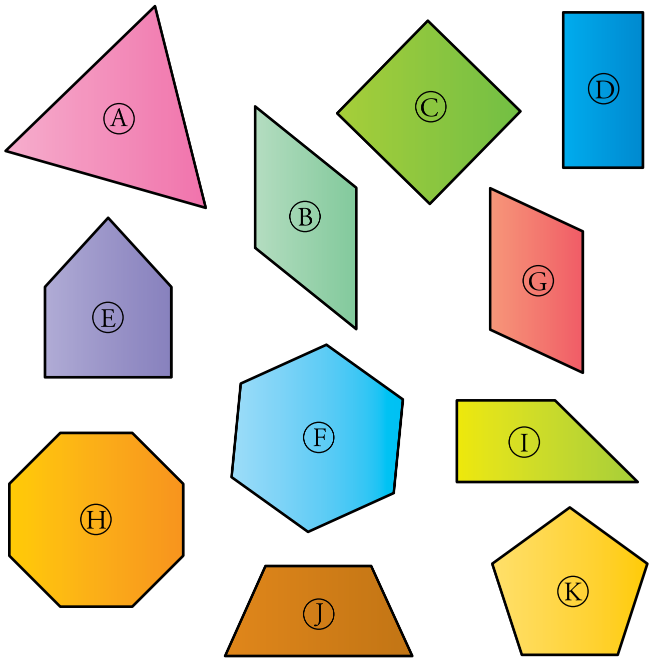


e)



Autoevaluación

1. Observa los siguientes polígonos:



a) Clasifica los cuadriláteros y escribe las características de cada uno.

b) Identifica los polígonos regulares y nómbralos.

c) ¿Cuántos ejes de simetría tiene cada figura?

a) Los polígonos D, B, C y G son paralelogramos.

D → Rectángulo. Tiene todos sus ángulos rectos.

B → Rombo. Tiene todos sus lados iguales.

C → Cuadrado. Tiene todos sus lados iguales y todos sus ángulos rectos.

G → Romboide.

I, J → Trapecio. Tiene dos lados paralelos y otros dos no paralelos.

b) Los polígonos regulares son: A, C, K, F y H.

A → Triángulo equilátero.

C → Cuadrado.

K → Pentágono.

F → Hexágono.

H → Octógono.

c) A → 3

C → 4

E → 1

G → No tiene ejes de simetría.

I → No tiene ejes de simetría.

K → 5

B → 2

D → 2

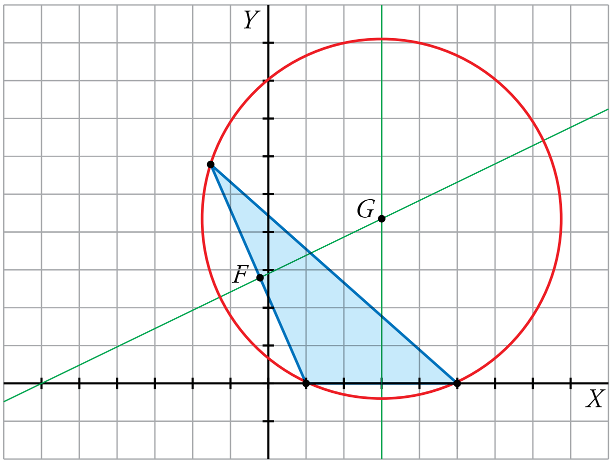
F → 6

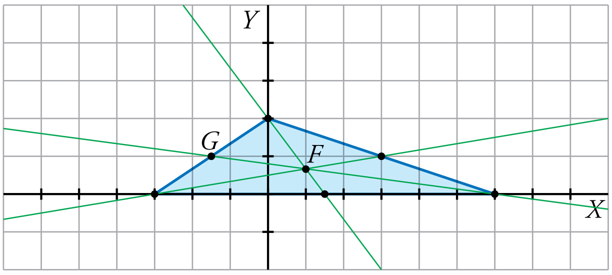
H → 8

J → 1

2. **Dibuja en tu cuaderno dos triángulos escalenos. Encuentra el circuncentro y la circunferencia circunscrita de uno de ellos y el baricentro del otro.**

En el primer dibujo G es el circuncentro y en el segundo F es el baricentro.





3. **Dadas dos circunferencias de radios $r_1 = 5$ m y $r_2 = 8$ m, indica sus posiciones relativas para cada una de las siguientes distancias de sus centros:**

a) $d = 6$ **m**

b) $d = 13$ **m**

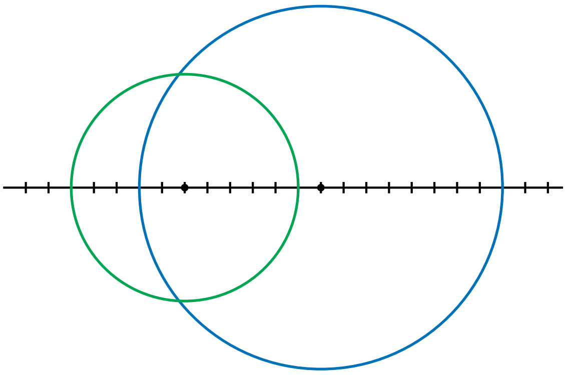
c) $d = 15$ **m**

d) $d = 3$ **m**

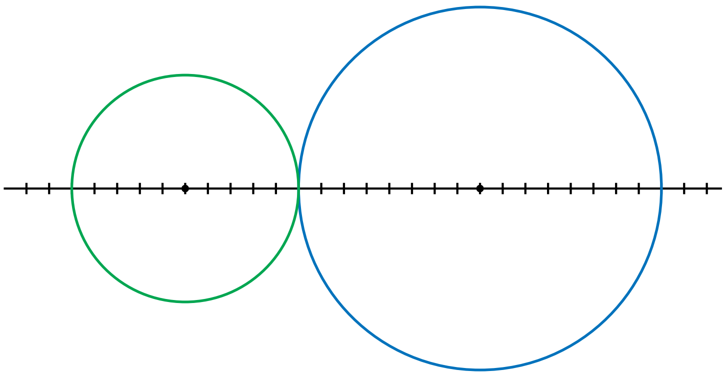
Dibuja esquemáticamente cada uno de los casos.

Nota: cada división se la recta representa 1 m.

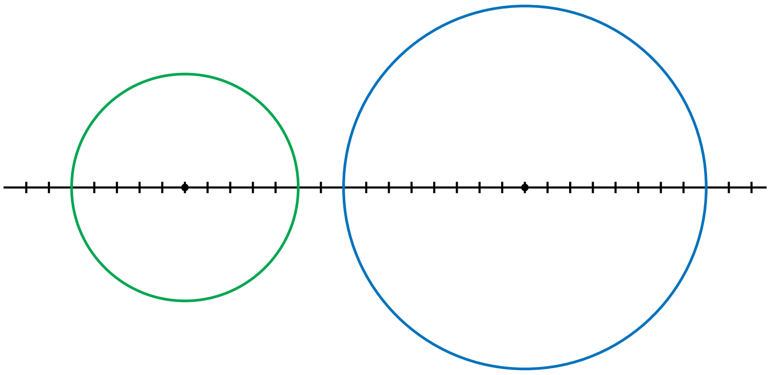
a) Secantes.



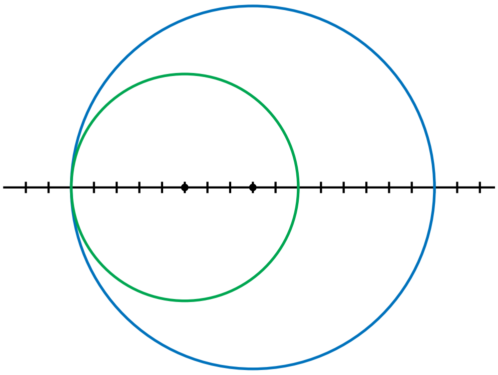
b) Tangentes exteriores.



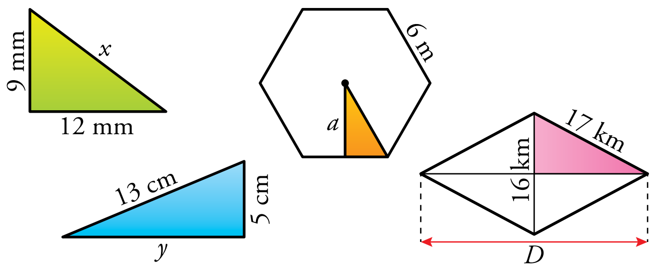
c) Exteriores.



d) Tangentes interiores.



4. Calcula la longitud desconocida en cada caso:



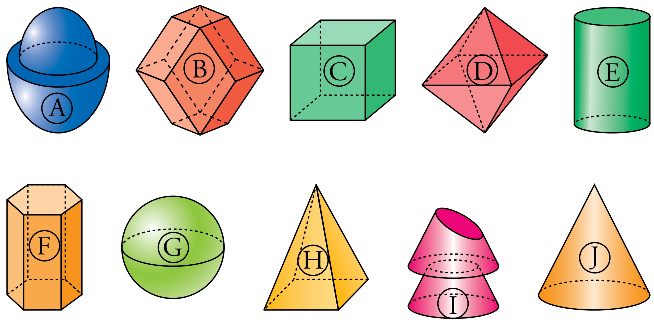
$x = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{225} = 15$ mm

$y = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$ cm

$a = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} \approx 5{,}196$ m

$\dfrac{D}{2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ km} \rightarrow D = 2 \cdot 15 = 30$ km

5. **Entre los siguientes cuerpos geométricos, determina los poliedros, los poliedros regulares y los cuerpos de revolución. Pon nombre a los que conozcas.**



Poliedros: B

Poliedros regulares: C (cubo), D (octaedro), F (prisma hexagonal), H (pirámide cuadrangular regular).

Cuerpos de revolución: A, E (cilindro), G (esfera), J (cono).

El cuerpo geométrico I, no es ni poliedro ni cuerpo de revolución.