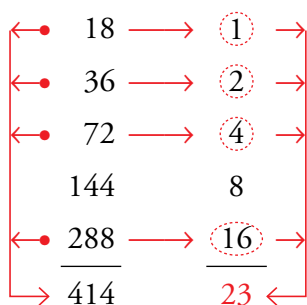


## Divisiones al estilo egipcio

1. Divide, por el mismo procedimiento,  $414 : 18$ .

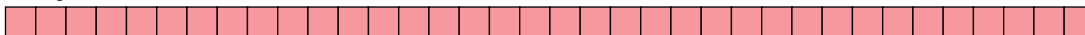


$$414 : 18 = 23$$

## Rectángulos

2. Dibuja sobre una cuadrícula todos los rectángulos que ocupen 36 cuadrados.

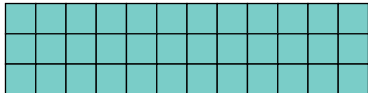
$1 \times 36$



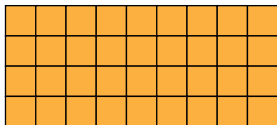
$2 \times 18$



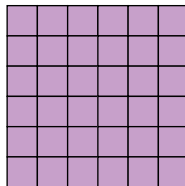
$3 \times 12$



$4 \times 9$



$6 \times 6$



3. ¿Cuántos rectángulos de 100 cuadraditos podrías construir? ¿Y de 101 cuadraditos?

Podría ser de  $1 \times 100$ , de  $2 \times 50$ , de  $4 \times 25$ , de  $5 \times 20$  y de  $10 \times 10$ .

De 101 cuadrados solo podría ser un rectángulo de  $1 \times 101$ .

## Series en la calculadora

4. Experimenta, partiendo de otros números, la formación de nuevas series obtenidas de la misma manera.

Solución abierta.

# 1 La relación de divisibilidad

## Página 45

### 1. Piensa y contesta, justificando tus respuestas.

- a) ¿Se puede dividir una clase de 30 alumnos en equipos de 7, sin que sobre ninguno?
  - b) Marta da pasos de 60 cm. ¿Puede recorrer 100 metros en un número exacto de pasos?
  - c) ¿Puede vaciarse una tina de aceite, de 1 500 litros, en un número exacto de garrafas de 5 litros?
  - d) ¿Tiene algún mes un número exacto de semanas?
- a) No, porque la división de 30 entre 7 no es exacta.  
 b) No, porque 100 metros son 10 000 centímetros y 10 000 entre 60 no da exacto.  
 c) Sí, ya que la división de 1 500 entre 5 es exacta (se llenarían 300 garrafas).  
 d) Solo febrero en años no bisieptos, pues tiene 28 días que se pueden dividir entre 7 días que tiene una semana de manera exacta.

### 2. Observa estas divisiones y completa en tu cuaderno:

$\begin{array}{r} 36 \quad \underline{9} \\ 0 \quad 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} 15 \quad \underline{6} \\ 3 \quad 2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 55 \quad \underline{5} \\ 05 \quad 11 \\ 0 \end{array}$
$\begin{array}{r} 126 \quad \underline{12} \\ 006 \quad 10 \end{array}$	$\begin{array}{r} 225 \quad \underline{15} \\ 75 \quad 15 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 575 \quad \underline{23} \\ 115 \quad 25 \\ 00 \end{array}$

- 36 es divisible por ...
- 15 no es divisible por ...
- ...

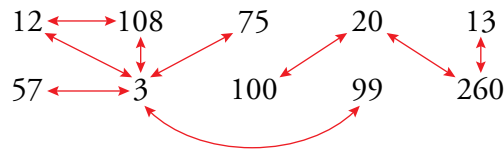
- 36 es divisible por 9.
- 126 no es divisible por 12.
- 15 no es divisible por 6.
- 255 es divisible por 15.
- 55 es divisible por 5.
- 575 es divisible por 23.

### 3. Di si los números de cada pareja están emparentados por la relación de divisibilidad:

- a) 224 y 16
  - b) 420 y 35
  - c) 613 y 13
  - d) 513 y 19
  - e) 688 y 44
  - f) 2 070 y 46
- a) Sí, porque  $224 = 16 \cdot 14$ .  
 b) Sí, porque  $420 = 35 \cdot 12$ .  
 c) No, la división no es exacta.  
 d) Sí, porque  $513 = 27 \cdot 19$ .  
 e) No, la división no es exacta.  
 f) Sí, porque  $2 070 = 46 \cdot 45$ .

### 4. Copia estos números y une con flechas los que están emparentados por la relación de divisibilidad:

$12$     $108$     $75$     $20$     $13$   
 $57$     $3$     $100$     $99$     $260$



**5. ¿Verdadero o falso?**

- a) 15 está contenido exactamente 4 veces en 60.
- b) 75 está contenido exactamente 3 veces en 225.
- c) 42 es divisible entre 7.
- d) 54 es divisible entre 8.
- e) 65 contiene a 13 un número exacto de veces.

- a) Verdadero
- b) Verdadero
- c) Verdadero
- d) Falso. La división de 54 entre 8 no es una división exacta.
- e) Verdadero

**6. Busca todos los números que están contenidos en 24 una cantidad exacta de veces.**

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24.

**7. Explica con claridad.**

- a) ¿Por qué 522 es múltiplo de 29? b) ¿Por qué 17 es divisor de 544?
- a) Porque  $522 : 29 = 18$  y, por tanto,  $522 = 29 \cdot 18$ .
- b) Porque la división de 544 entre 17 es exacta  $544 : 17 = 32$ .

**8. Calcula y responde, justificando tu respuesta.**

- a) ¿Es 35 divisor de 728? b) ¿Es 1 800 múltiplo de 90?
- a) 35 no es divisor de 728 porque la división de 728 entre 35 no es exacta.
- b) Sí, pues  $1\ 800 : 90 = 20$  de manera exacta.

**9. Busca:**

- a) Tres números que sean divisores de 40. b) Tres números que sean múltiplos de 7.
- c) Tres números que sean divisores de 770. d) Tres números que sean múltiplos de 50.
- a) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 b) 7, 14, 21, 28, ...
- c) 1, 2, 5, 7, 10, 11, 14, 22, ... d) 50, 100, 150, 200, ...

**10. Busca entre estos números:**

5	10	15	20	30
35	45	60	75	90

- a) Todos los que sean divisores de 90. b) Todos los que sean múltiplos de 3.
- a) 5, 10, 15, 30, 45, 90 b) 15, 30, 45, 60, 75, 90

**11. Considera estos números:**

8	10	20	24	30
45	60	75	95	120

a) ¿Cuáles son múltiplos de 4?

b) ¿Cuáles son múltiplos de 10?

c) ¿Cuáles son múltiplos de 15?

a) 8, 20, 24, 60, 120

b) 10, 20, 30, 60, 120

c) 30, 45, 60, 75, 120

**12. Observa el ejemplo, copia en tu cuaderno y completa.**

•  $20 : 5 = 4$  }  $\rightarrow$  { 20 es múltiplo de 4 y de 5.  
 $20 : 4 = 5$  } { 4 y 5 son divisores de 20.

a)  $12 : 4 = 3$  }  $\rightarrow$  { 12 es ... de 3 y de 4.  
 $12 : 3 = 4$  } { 3 y 4 son ... de 12.

b)  $30 : 5 = 6$  }  $\rightarrow$  { ...  
 $30 : 6 = 5$  } { ...

c)  $56 : 7 = 8$  }  $\rightarrow$  { ...  
 $56 : 8 = 7$  } { ...

a) 12 es múltiplo de 3 y de 4.  
3 y 4 son divisores de 12.

b) 30 es múltiplo de 5 y de 6.  
5 y 6 son divisores de 30.

c) 56 es múltiplo de 7 y de 8.  
7 y 8 son divisores de 56.

**13. ¿Verdadero o falso?**

a) Si  $m$  es divisible entre  $n$ ,  $n$  es divisible entre  $m$ .

b) Si  $a$  es distinto de  $b$  y divisible entre  $b$ ,  $a$  es mayor que  $b$ .

c) Si  $u$  es múltiplo de  $v$ ,  $v$  es divisor de  $u$ .

d) Si  $b$  cabe una cantidad exacta de veces en  $a$ ,  $b$  es múltiplo de  $a$ .

e) Si  $m \cdot n = k$ ,  $m$  y  $n$  son divisores de  $k$ .

a) Falso. Por ejemplo, 24 es divisible entre 6, pero 6 no es divisible entre 24.

b) Verdadero

c) Verdadero

d) Falso;  $a = b \cdot k \rightarrow b$  es divisor de  $a$ , no múltiplo.

e) Verdadero

## 2 Los múltiplos y los divisores de un número

### Página 48

#### 1. Escribe.

a) Tres múltiplos de 9.

c) Tres múltiplos de 17.

a) 9, 18, 27, 36, 45, 54, ...

c) 17, 34, 51, 68, 85, 102, ...

b) Tres múltiplos de 15.

d) Tres múltiplos de 40.

b) 15, 30, 45, 60, 75, 90, ...

d) 40, 80, 120, 160, 200, 240, ...

#### 2. Encuentra todos los divisores de cada número:

a) 8

b) 12

c) 15

d) 28

e) 36

f) 55

g) 60

h) 80

a) 1, 2, 4, 8

b) 1, 2, 3, 4, 6, 12

c) 1, 3, 5, 15

d) 1, 2, 4, 7, 14, 28

e) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

f) 1, 5, 11, 55

g) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

h) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80

#### 3. Busca todos los múltiplos de 7 comprendidos entre 300 y 360.

301, 308, 315, 322, 329, 336, 343, 350, 357

#### 4. a) ¿Cuál el primer múltiplo de 8 mayor que 100?

b) ¿Cuál es el último múltiplo de 8, antes de 1 000?

a) Es el 104.

b) Es el 992 ( $124 \cdot 8 = 992$ ).

#### 5. Encuentra todos los divisores de:

a) 7

b) 13

c) 17

d) 29

¿Qué observas?

a) 1, 7

b) 1, 13

c) 1, 17

d) 1, 29

Cada número tiene solo dos divisores, él mismo y la unidad.

#### 6. ¿De cuántas formas diferentes se pueden repartir en equipos iguales los 24 alumnos y alumnas de una clase? ¿Cuántos equipos salen en cada caso?

24 equipos de 1

1 equipo de 24

12 equipos de 2

2 equipos de 12

8 equipos de 3

3 equipos de 8

6 equipos de 4

4 equipos de 6

**7. ¿Verdadero o falso?**

- a) Un múltiplo de  $a$  es igual o mayor que  $a$ .
- b) Un divisor de  $a$  es siempre menor que  $a$ .
- c) Un número tiene infinitos divisores.
- d) Los múltiplos de un número son infinitos.
- e) Todo número es a la vez múltiplo y divisor de sí mismo.

- a) Verdadero
- b) Falso,  $a$  es divisor de sí mismo.
- c) Falso. Por ejemplo, 18 tiene seis divisores.
- d) Verdadero
- e) Verdadero

**8. De los números siguientes, ¿cuáles son múltiplos de 3? ¿Y de 5? ¿Y de 9? ¿Hay algún múltiplo de 11? Justifica tus respuestas.**

173   510   555   576   679   754   774   1023

Son múltiplos de 3 los números 510, 555, 576, 774 y 1023, pues la suma de sus cifras es múltiplo de tres.

Son múltiplos de 5 los números 510 y 555, pues acaban en 0 o en 5.

Son múltiplos de 9 los números 576 y 774, pues la suma de sus cifras es múltiplo de 9.

Hay un número que sí es múltiplo de 11, es el 1023, pues  $(1 + 2) - (0 + 3) = 0$ .

**9. Copia y sigue las instrucciones.**

108; 123; 162; 215; 247; 315; 328; 370; 417; 455

- a) Rodea de rojo los múltiplos de 2.
- b) Rodea de azul los múltiplos de 3.
- c) Los múltiplos de 2 y de 3, ¿son también múltiplos de 6?

a) 108, 162, 328, 370

b) 108, 123, 162, 315, 417

c) Sí,  $108 = 6 \cdot 18$  y  $162 = 6 \cdot 27$

## 3 Números primos y compuestos

### Página 49

**1. Clasifica en primos y compuestos.**

5 8 11 15 21 28 31 33 45 49

Primos → 5, 11, 31

Compuestos → 8, 15, 21, 28, 33, 45, 49

**2. Entre estos números hay dos primos. Búscalos.**

47 57

67

Expresa cada uno de los compuestos como un producto de dos factores.

77 87

Primos → 47 y 67

Compuestos →  $57 = 3 \cdot 19$

$$77 = 7 \cdot 11$$

$$87 = 3 \cdot 29$$

**3. Busca todos los números primos menores que 60.**

 *Son diecisiete en total.*

2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 17 - 19 - 23 - 29 - 31 - 37 - 41 - 43 - 47 - 53 - 59

**4. ¿Verdadero o falso?**

- a) El número uno (1) no es primo ni compuesto.
  - b) No hay números primos mayores que 100.
  - c) Un número, si es impar, es primo.
  - d) Todos los números primos, excepto el 2, son impares.
- a) Verdadero  
 b) Falso. Por ejemplo, 101 es mayor que 100 y es un número primo.  
 c) Falso. Por ejemplo,  $21 = 3 \cdot 7$ , por tanto, es compuesto y es impar.  
 d) Verdadero

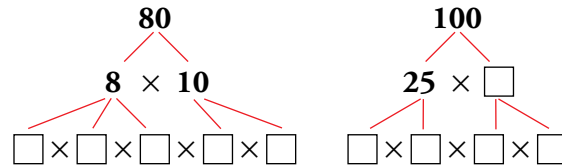
**5. Descompón el número 100.**

- a) En dos factores.
  - b) En tres factores.
  - c) En el máximo número de factores que sea posible.
- a)  $100 = 2 \cdot 50 = 4 \cdot 25$   
 b)  $100 = 2 \cdot 2 \cdot 25 = 4 \cdot 5 \cdot 5 = 10 \cdot 2 \cdot 5$   
 c)  $100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$

## 4 Descomposición de un número en sus factores primos

### Página 50

1. Calcula mentalmente y completa en tu cuaderno la descomposición en factores de estos números:



$$80 = 8 \cdot 10 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$$

$$100 = 25 \cdot 4 = 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$$

2. Descompón artesanalmente, como en el ejemplo.

•  $24 = 6 \cdot 4 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 \cdot 3$

a) 18

b) 20

c) 40

d) 72

e) 150

f) 240

a)  $18 = 2 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$

b)  $20 = 4 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5$

c)  $40 = 8 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5$

d)  $72 = 8 \cdot 9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$

e)  $150 = 10 \cdot 15 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$

f)  $240 = 24 \cdot 10 = 8 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$

3. ¿Qué números tienen las siguientes descomposiciones factoriales?

a)  $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

b)  $2 \cdot 5 \cdot 13$

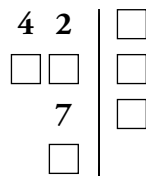
c)  $2 \cdot 5^2 \cdot 7$

a) 180

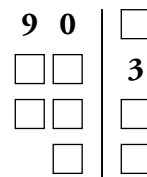
b) 130

c) 350

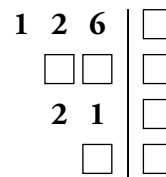
4. Copia, completa y descompón en factores primos.



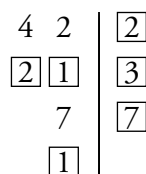
$$42 = \dots$$



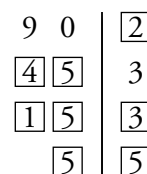
$$90 = \dots$$



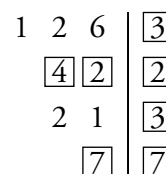
$$126 = \dots$$



$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$



$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$



$$126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$$



**5. Descompón en factores primos.****a) 45****b) 60****c) 76****d) 81****e) 88****f) 98**

a)  $45 = 3^2 \cdot 5$

b)  $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

c)  $76 = 2^2 \cdot 19$

d)  $81 = 3^4$

e)  $88 = 2^3 \cdot 11$

f)  $98 = 2 \cdot 7^2$

**6. Escribe como producto de números primos.****a) 170****b) 350****c) 580****d) 888****e) 1 024****f) 1 296**

a)  $170 = 2 \cdot 5 \cdot 17$

b)  $350 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7$

c)  $580 = 2^2 \cdot 5 \cdot 29$

d)  $888 = 2^3 \cdot 3 \cdot 37$

e)  $1\,024 = 2^{10}$

f)  $1\,296 = 2^4 \cdot 3^4$

**Página 51**

**7.** Contesta, sin hacer ninguna operación, y razona tus respuestas como en el ejemplo.

- 18 es divisor de 90, porque todos los factores primos de 18 están en  $90 \rightarrow 90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 18 \cdot 5$

a) ¿Es 12 divisor de 270?  $\begin{cases} 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \\ 270 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \end{cases}$

b) ¿Es 270 múltiplo de 18?  $\begin{cases} 270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5 \\ 18 = 2 \cdot 3^2 \end{cases}$

- a) 12 no es divisor de 270 porque no todos los factores de 12 están en la descomposición de 270.  
 b) 270 sí es múltiplo de 18 porque en su descomposición están todos los factores primos de 18.

**8.** Teniendo en cuenta la descomposición en factores de 126, averigua, a simple vista, cuáles de los números que aparecen a continuación están entre sus divisores:

$$126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

a)  $4 = 2 \cdot 2$                       b)  $21 = 3 \cdot 7$                       c)  $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$                       d)  $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$

b) 21 y c) 18, pues todos sus factores aparecen en la descomposición de 126.

**9.** Escribe factorizados, sin hacer operaciones:

a) Tres múltiplos de  $12 = 2^2 \cdot 3$ .

b) Tres múltiplos de  $45 = 3^2 \cdot 5$ .

a)  $2^2 \cdot 3^2$                                        $2^2 \cdot 3 \cdot 5$

$2^2 \cdot 3 \cdot 7$

b)  $2 \cdot 3^2 \cdot 5$                                        $3^2 \cdot 5^2$

$3^2 \cdot 5 \cdot 7$

**10.** Escribe todos los divisores de:

a)  $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$

b)  $80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$

a) 1 = 1

b) 1 = 1

2 = 2

2 = 2

5 = 5

$2 \cdot 2 = 4$

7 = 7

$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

$2 \cdot 5 = 10$

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$2 \cdot 7 = 14$

5 = 5

$5 \cdot 7 = 35$

$2 \cdot 5 = 10$

$2 \cdot 5 \cdot 7 = 70$

$2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 40$

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 80$

**11.** Responde a simple vista, sin dividir, cuál es el cociente en cada caso:

a)  $300 : 12 \Leftrightarrow 300 = \overset{12}{2 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 5 \cdot 5$

b)  $249 : 21 \Leftrightarrow 294 = 2 \cdot \overset{21}{3 \cdot 7} \cdot 7$

c)  $495 : 55 \Leftrightarrow 495 = 3 \cdot 3 \cdot \overset{55}{5 \cdot 11}$

a)  $5 \cdot 5 = 25$

b)  $2 \cdot 7 = 14$

c)  $3 \cdot 3 = 9$

**12.** ¿Verdadero o falso?

a) Si  $m$  es múltiplo de  $n$ , todos los factores primos de  $m$  están también en  $n$ .

b) Si  $a$  es divisor de  $b$ , todos los factores primos de  $a$  están también en  $b$ .

c) El número  $a^2 \cdot b$  es divisor del número  $a \cdot b^2$ .

d) El número  $a^2 \cdot b^2 \cdot c$  es múltiplo de  $a \cdot b \cdot c$ .

e) Si un número,  $u$ , tiene los mismos factores primos que otro número,  $v$ , pero con los exponentes mayores, entonces  $u$  es múltiplo de  $v$ .

a) Falso. Por ejemplo,  $28 = 7 \cdot 2^2$  es múltiplo de 7 y 2 no está en 7.

b) Verdadero

c) Falso. Por ejemplo,  $3^2 \cdot 2 = 18$  y  $3 \cdot 2^2 = 12$ .

d) Verdadero

e) Verdadero

## 5 Mínimo común múltiplo de dos números

### Página 54

**1. Copia, observa y completa a simple vista.**

a)  $\dot{6} \rightarrow 6 \ 12 \ 18 \ 24 \ 30 \ 36 \ 42 \ 48 \ 54 \dots$

$\dot{8} \rightarrow 8 \ 16 \ 24 \ 32 \ 40 \ 48 \ 56 \dots$

mín.c.m. (6, 8) =

b)  $\dot{9} \rightarrow 9 \ 18 \ 27 \ 36 \ 45 \ 54 \ 63 \ 72 \dots$

$\dot{12} \rightarrow 12 \ 24 \ 36 \ 48 \ 60 \ 72 \ 84 \dots$

mín.c.m. (9, 12) =

c)  $\dot{15} \rightarrow 15 \ 30 \ 45 \ 60 \ 75 \ 90 \ 105 \dots$

$\dot{25} \rightarrow 25 \ 50 \ 75 \ 100 \ 125 \ 150 \dots$

mín.c.m. (15, 25) =

a) 24

b) 36

c) 75

**2. Calcula como en el ejercicio anterior.**

a) mín.c.m. (5, 8)

b) mín.c.m. (8, 12)

c) mín.c.m. (12, 24)

d) mín.c.m. (30, 40)

e) mín.c.m. (50, 75)

f) mín.c.m. (200, 300)

a) 40

b) 24

c) 24

d) 120

e) 150

f) 600

**3. Calcula mentalmente.**

a) mín.c.m. (6, 9)

b) mín.c.m. (6, 12)

c) mín.c.m. (5, 10)

d) mín.c.m. (15, 20)

a) 18

b) 12

c) 10

d) 60

**4. Observa, completa en tu cuaderno y calcula.**

3 0	2	4 0	<input type="text"/>	5 4	<input type="text"/>
1 5	3	2 0	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
5	5	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
1		<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
		1		1	

$$\left. \begin{array}{l} 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ 40 = \dots \\ 54 = \dots \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{mín.c.m. (30, 40)} = \dots \\ \text{mín.c.m. (40, 54)} = \dots \end{array}$$

3 0	2	4 0	<input type="text"/>	5 4	<input type="text"/>
1 5	3	2 0	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
5	5	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
1		<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
		1		1	

$$\left. \begin{array}{l} 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ 40 = 2^3 \cdot 5 \\ 54 = 2 \cdot 3^3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{mín.c.m.}(30, 40) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120 \\ \text{mín.c.m.}(40, 54) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = 1080 \end{array}$$

**5. Calcula mín.c.m. (a, b) por el método óptimo:**

- |   |   |   |
|---|---|---|
| a) $a = 2 \cdot 11$<br>$b = 3 \cdot 11$             | b) $a = 2^4 \cdot 5$<br>$b = 2^2 \cdot 5^2$             | c) $a = 5^2 \cdot 7$<br>$b = 5 \cdot 7^2$                   |
| d) $a = 2^4 \cdot 3^2$<br>$b = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ | e) $a = 2 \cdot 5 \cdot 11$<br>$b = 3 \cdot 5 \cdot 11$ | f) $a = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$<br>$b = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ |
| a) $2 \cdot 3 \cdot 11 = 66$                        | b) $2^4 \cdot 5^2 = 400$                                | c) $5^2 \cdot 7^2 = 1225$                                   |
| d) $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720$                    | e) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 330$                   | f) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$                            |

**6. Calcula.**

- |                      |                       |                       |                        |
|----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| a) mín.c.m. (20, 25) | b) mín.c.m. (28, 35)  | c) mín.c.m. (35, 40)  | d) mín.c.m. (36, 54)   |
| e) mín.c.m. (42, 63) | f) mín.c.m. (72, 108) | g) mín.c.m. (99, 165) | h) mín.c.m. (216, 288) |
| a) 100               | b) 140                | c) 280                | d) 108                 |
| e) 126               | f) 216                | g) 495                | h) 864                 |

**7. Calcula mín.c.m. (a, b) en cada caso. ¿Qué observas?:**

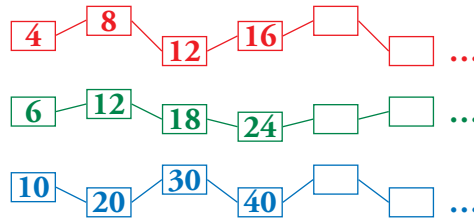
- |                       |                        |                        |                        |
|-----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| a) $a = 4$<br>$b = 8$ | b) $a = 5$<br>$b = 10$ | c) $a = 4$<br>$b = 12$ | d) $a = 6$<br>$b = 18$ |
| a) 8                  | b) 10                  | c) 12                  | d) 18                  |

Si  $b$  es múltiplo de  $a$ , entonces el mínimo común múltiplo de  $a$  y  $b$  es  $b$ .

**8. ¿Verdadero o falso?**

- a) El mínimo común múltiplo de dos números es igual al mayor de ellos.
- b) El mín.c.m. de dos números contiene los factores comunes a ambos y también los no comunes.
- c) mín.c.m (1,  $k$ ) =  $k$
- d) Si  $a$  es múltiplo de  $b$ , mín.c.m. ( $a, b$ ) =  $a$ .
- e) El mínimo común múltiplo de dos números primos es su producto.
- a) Falso. Por ejemplo, el mínimo común múltiplo de 2 y 3 es 6.
- b) Verdadero                      c) Verdadero                      d) Verdadero                      e) Verdadero

- 9.** Julio cuenta de cuatro en cuatro; Adela, de seis en seis, y Virginia, de diez en diez. ¿Cuáles son los tres primeros números en los que coinciden?



$$\text{mín.c.m. } (4, 6, 10) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Los tres primeros números en los que coinciden son 60, 120 y 180.

- 10.** Victoria tiene fichas de colores que puede apilar en montones de 8 y, también, en montones de 10 sin que sobre ninguna. Explica cuántas fichas puede tener Victoria y justifica tu respuesta.

El número de fichas de Victoria será múltiplo de 8 y de 10 a la vez; es decir, múltiplo del mín.c.m.  $(8, 10) = 40$ .

- 11.** Una fábrica envía mercancía a Valencia cada 6 días y a Sevilla cada 8 días. Hoy han coincidido ambos envíos. ¿Cuándo volverán a coincidir?

$$\text{mín.c.m. } (6, 8) = 24$$

Cada 24 días, coinciden ambos envíos.

- 12.** Se han construido dos columnas de igual altura: la primera apilando cubos de 40 cm de arista, y la segunda, con cubos de 30 cm de arista. ¿Qué altura alcanzarán sabiendo que superan los dos metros, pero no llegan a tres?

$$\text{mín.c.m. } (40, 30) = 120 \rightarrow 2 \cdot 120 = 240 \text{ cm} = 2,4 \text{ m}$$

- 13.** El autobús de la línea roja pasa por la parada, frente a mi casa, cada 20 minutos, y el de la línea verde, cada 30 minutos. Si ambos pasan juntos a las dos de la tarde, ¿a qué hora vuelven a coincidir?



$$\text{mín.c.m. } (20, 30) = 60 \rightarrow 60 \text{ min} = 1 \text{ h}$$

Vuelven a coincidir una hora después, es decir, a las tres de la tarde.

## 6 Máximo común divisor de dos números

### Página 57

**1. Copia en tu cuaderno, observa y completa.**

a) Div. de 12 → 1 2 3 4 6 12

Div. de 16 → 1 2 4 8 16

máx.c.d. (12, 16) =

b) Div. de 15 → 1 3 5 15

Div. de 20 → 1 2 4 5 10 20

máx.c.d. (15, 20) =

c) Div. de 24 → 1 2 3 4 6 8 12 24

Div. de 30 → 1 2 3 4 6 10 15 30

máx.c.d. (24, 30) =

a) 4

b) 5

c) 6

**2. Calcula como en el ejercicio anterior.**

a) máx.c.d. (6, 8)

b) máx.c.d. (8, 20)

c) máx.c.d. (10, 15)

d) máx.c.d. (12, 24)

e) máx.c.d. (18, 24)

f) máx.c.d. (40, 50)

a) 2

b) 4

c) 5

d) 12

e) 6

f) 10

**3. Calcula mentalmente.**

a) máx.c.d. (2, 3)

b) máx.c.d. (4, 5)

c) máx.c.d. (3, 9)

d) máx.c.d. (6, 9)

e) máx.c.d. (30, 40)

f) máx.c.d. (50, 75)

a) 1

b) 1

c) 3

d) 3

e) 10

f) 25

**4. Completa en tu cuaderno y calcula.**

$\begin{array}{r l} 60 & 2 \\ 30 & \square \\ \square & \square \\ \square & \square \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 90 & 2 \\ 45 & \square \\ \square & \square \\ \square & \square \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 100 & 2 \\ 50 & \square \\ \square & \square \\ \square & \square \\ 1 & \end{array}$
--	--	---

$60 = 2 \cdot \dots$  } máx.c.d. (60, 90) = ...  
 $90 = 2 \cdot \dots$  } máx.c.d. (60, 100) = ...  
 $100 = 2 \cdot \dots$  } máx.c.d. (90, 100) = ...

$\begin{array}{r l} 60 & 2 \\ 30 & \boxed{2} \\ \boxed{15} & \boxed{3} \\ \boxed{5} & \boxed{5} \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 90 & 2 \\ 45 & \boxed{3} \\ \boxed{15} & \boxed{3} \\ \boxed{5} & \boxed{5} \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 100 & 2 \\ 50 & \boxed{2} \\ \boxed{25} & \boxed{5} \\ \boxed{5} & \boxed{5} \\ 1 & \end{array}$
---	---	--

$$\left. \begin{array}{l} 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \\ 90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \\ 100 = 2^2 \cdot 5^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{máx.c.d.}(60, 90) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30 \\ \text{máx.c.d.}(60, 100) = 2^2 \cdot 5 = 20 \\ \text{máx.c.d.}(90, 100) = 2 \cdot 5 = 10 \end{array}$$

**5. Calcula máx.c.d. (a, b) por el método óptimo.**

a)  $a = 3 \cdot 7$

$b = 5 \cdot 7$

d)  $a = 3 \cdot 5 \cdot 11$

$b = 2 \cdot 5 \cdot 11$

a) 7

d)  $5 \cdot 11 = 55$

b)  $a = 2^4 \cdot 3^2$

$b = 2^2 \cdot 3^3$

e)  $a = 2^3 \cdot 5^2$

$b = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

b)  $2^2 \cdot 3^2 = 36$

e)  $2^2 \cdot 5^2 = 100$

c)  $a = 5^2 \cdot 7$

$b = 5 \cdot 7^2$

f)  $a = 2^2 \cdot 7 \cdot 13$

$b = 2 \cdot 3^2 \cdot 13$

c)  $5 \cdot 7 = 35$

f)  $2 \cdot 13 = 26$

**6. Calcula.**

a) máx.c.d. (20, 24)

b) máx.c.d. (24, 36)

c) máx.c.d. (54, 60)

d) máx.c.d. (56, 70)

e) máx.c.d. (120, 144)

f) máx.c.d. (140, 180)

g) máx.c.d. (168, 196)

h) máx.c.d. (180, 270)

a) 4

b) 12

c) 6

d) 14

e) 24

f) 20

g) 28

h) 90

**7. Calcula máx.c.d. (a, b) en cada caso. ¿Qué observas?:**

a)  $a = 4$

$b = 8$

a) 4

b)  $a = 5$

$b = 10$

b) 5

c)  $a = 4$

$b = 12$

c) 4

d)  $a = 6$

$b = 18$

d) 6

Si  $a$  es divisor de  $b$ , entonces el máximo común divisor de  $a$  y  $b$  es  $a$ .

**8. ¿Verdadero o falso?**

a) El máximo común divisor de dos números es igual al menor de ellos.

b) El máx.c.d. de dos números contiene solo los factores primos comunes a ambos números.

c) máx.c.d.  $(1, k) = k$

d) El máx.c.d. de dos números primos es uno.

e) Si  $a$  es divisible entre  $b$ , máx.c.d.  $(a, b) = b$ .

a) Falso. Por ejemplo, máx.c.d.  $(3, 7) = 1$ .

b) Verdadero

c) Falso. Máx.c.d.  $(1, k) = 1$ .

d) Verdadero

e) Verdadero

**9. Supón que tienes una hoja de papel de  $30 \text{ cm} \times 21 \text{ cm}$ , y quieres dibujar sobre ella una cuadrícula lo más grande que sea posible en la que no haya cuadros fraccionados. ¿Cuál debe ser el tamaño de los cuadros?**

máx.c.d.  $(30, 21) = 3$

El tamaño de los cuadros será de 3 cm.



- 10.** Rosa ha sacado de la hucha un montón de monedas, todas iguales, y ha comprado un lapicero de 70 céntimos. Después, ha vuelto a la tienda y ha comprado un bolígrafo de 80 céntimos. ¿Cuál puede ser el valor de cada una de esas monedas si siempre ha dado el precio exacto? (Busca todas las soluciones posibles).

Pueden ser monedas de 10 cént., de 5 cént., de 2 cént. y de 1 cént.

- 11.** Alberto tiene 45 fichas rojas y 36 fichas verdes, y quiere apilarlas en columnas iguales, lo más altas que sea posible, y sin mezclar colores en la misma pila. ¿Cuántas fichas pondrá en cada montón?



$$\text{máx.c.d. } (36, 45) = 9$$

En cada montón pondrá 9 fichas.

- 12.** El dueño de un restaurante compra un bidón de 80 litros de aceite de oliva y otro de 60 litros de aceite de girasol, y desea envasarlos en garrafas iguales, lo más grandes que sea posible, y sin mezclar. ¿Cuál será la capacidad de las garrafas?

$$\text{máx.c.d. } (60, 80) = 20$$

Las garrafas serán de 20 litros.

- 13.** Un carpintero tiene dos listones de 180 cm y 240 cm, respectivamente, y desea cortarlos en trozos iguales, lo más largos que sea posible, y sin desperdiciar madera. ¿Cuánto debe medir cada trozo?

$$\text{máx.c.d. } (180, 240) = 60$$

Los listones se deben cortar en trozos de 60 cm.

## Ejercicios y problemas

Página 58


### La relación de divisibilidad

1.  Reflexiona, contesta “Sí” o “No” y justifícalo.

- a) ¿Se pueden guardar 300 litros de aceite en bidones de 15 litros sin que sobre nada?  
 b) Si sacas del horno 100 magdalenas, y las empaquetas por docenas, ¿queda alguna suelta?  
 c) ¿Se puede cortar un listón de 1,80 m en un número exacto de trozos de 20 cm?  
 d) ¿Hacen 100 minutos un número exacto de cuartos de hora?
- a) Sí, porque 15 cabe exactamente 20 veces en 300 ( $300 : 15 = 20$ ).  
 b) Sí, quedan 4 sueltas ( $100 = 12 \cdot 8 + 4$ ).  
 c) Sí, se puede cortar en 9 trozos de 20 cm ( $180 : 20 = 9$ ).  
 d) No ( $100 = 15 \cdot 6 + 10$ ).

2.  Razona si existe relación de divisibilidad entre:

- |             |             |              |
|-------------|-------------|--------------|
| a) 20 y 300 | b) 13 y 195 | c) 38 y 138  |
| d) 15 y 75  | e) 23 y 203 | f) 117 y 702 |
- a)  $300 : 20 = 15 \rightarrow$  exacta  $\rightarrow$  Sí.      b)  $195 : 13 = 15 \rightarrow$  exacta  $\rightarrow$  Sí.  
 c)  $138 : 38 \rightarrow$  inexacta  $\rightarrow$  No.      d)  $75 : 15 = 5 \rightarrow$  exacta  $\rightarrow$  Sí.  
 e)  $203 : 23 \rightarrow$  inexacta  $\rightarrow$  No.      f)  $702 : 117 = 6 \rightarrow$  exacta  $\rightarrow$  Sí.

3.  Expresa el número 899 como producto de dos factores distintos de él mismo y de la unidad.

$$899 = 31 \cdot 29$$

### Múltiplos y divisores

4.  Escribe.

- a) Los múltiplos de 20 comprendidos entre 150 y 210.  
 b) Un múltiplo de 13 comprendido entre 190 y 200.  
 c) Todos los pares de números cuyo producto es 80.
- a) 160, 180, 200      b)  $195 = 13 \cdot 15$   
 c) 1 y 80, 2 y 40, 4 y 20, 5 y 16, 8 y 10

5.  Busca todos los divisores de:

- |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| a) 10 | b) 18 | c) 20 | d) 24 | e) 28 |
| f) 30 | g) 39 | h) 45 | i) 50 | j) 80 |
- a) 1, 2, 5, 10      b) 1, 2, 3, 6, 9, 18      c) 1, 2, 4, 5, 10, 20

- d) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24      e) 1, 2, 4, 7, 14, 28      f) 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30  
 g) 1, 3, 13, 39      h) 1, 3, 5, 9, 15, 45      i) 1, 2, 5, 10, 25, 50  
 j) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80

**6.** ¿De cuántas formas diferentes se pueden envasar 60 bombones en cajas con el mismo número de unidades en cada una sin que sobre ninguno?

- |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|
| Una caja de 60 bombones     | Sesenta cajas de 1 bombón   |
| Dos cajas de 30 bombones    | Treinta cajas de 2 bombones |
| Tres cajas de 20 bombones   | Veinte cajas de 3 bombones  |
| Cuatro cajas de 15 bombones | Quince cajas de 4 bombones  |
| Cinco cajas de 12 bombones  | Doce cajas de 5 bombones    |
| Seis cajas de 10 bombones   | Diez cajas de 6 bombones    |

**7.** Busca todas las formas posibles de hacer montones iguales con 72 terrones de azúcar.

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| 72 montones de 1 terrón.   | 36 montones de 2 terrones. |
| 24 montones de 3 terrones. | 18 montones de 4 terrones. |
| 12 montones de 6 terrones. | 9 montones de 8 terrones.  |
| 8 montones de 9 terrones.  | 6 montones de 12 terrones. |
| 4 montones de 18 terrones. | 3 montones de 24 terrones. |
| 2 montones de 36 terrones. | 1 montón de 72 terrones.   |

### Criterios de divisibilidad

**8.** Escribe.

- a) Un número de tres cifras que sea divisible por 3.  
 b) Un número de cuatro cifras que sea divisible por 5.  
 c) Un número de cinco cifras que sea divisible por 9.

- a) 561      b) 2090      c) 10647

**9.** Sustituye cada letra por una cifra, para que el número resultante sea divisible entre 3.

A51    2B8    31C    52D    1E8

- A51 → 351 - 651 - 951      2B8 → 228 - 258 - 288  
 31C → 312 - 315 - 318      52D → 522 - 525 - 528  
 1E8 → 108 - 138 - 168 - 198

**10.** Busca, en cada caso, todos los valores posibles de  $a$  para que el número resultante sea, a la vez, múltiplo de 2 y de 3:

4	$a$
---	-----

3	2	$a$
---	---	-----

2	4	$a$
---	---	-----

- $4a \rightarrow 42 - 48$        $32a \rightarrow 324$        $24a \rightarrow 240 - 246$

**11.** Un año es bisiesto si es múltiplo de cuatro, pero no de 100. ¿Cuáles son los tres próximos bisiestos?

2016, 2020, 2024

**12.** Para saber si un número es múltiplo de 11:

- Suma las cifras que ocupan lugar par.
- Suma las cifras que ocupan lugar impar.
- El número es múltiplo de 11 si al restar esas dos cantidades obtienes 0 o un múltiplo de 11.

**Compruébalo.**

Lo comprobamos con algún número. Por ejemplo:

$$11 \cdot 15 = 165 \rightarrow 1 + 5 = 6; 6 - 6 = 0$$

$$11 \cdot 11 = 121 \rightarrow 1 + 1 = 2; 2 - 2 = 0$$

### Números primos y compuestos

**13.** Separa los números primos de los compuestos.

14	17	28	29	47	53
57	63	71	79	91	99

Primos  $\rightarrow$  17, 29, 47, 53, 71, 79

Compuestos  $\rightarrow$  14, 28, 57, 63, 91, 99

**14.** Busca el primer número, mayor que 500, que no se pueda expresar como el producto de dos factores diferentes de él mismo y de la unidad.

Nos piden que busquemos el primer número primo mayor que 500. Como 500 es divisible entre 2; 501 es divisible entre 3 y 502 es divisible entre 2, probamos con 503.

Con la calculadora se comprueba que 503 no es divisible entre ningún primo menor o igual que 23. Además  $503 : 23 \approx 21,87$ .

Por tanto, 503 es el número buscado.

**15.** Averigua si el número 521 es primo o compuesto. Justifica tu respuesta.

521 es primo, porque todas sus divisiones entre 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 y 23 tienen resto distinto de cero y, además,  $521 : 23 \approx 22,65$ .


**16.** Para saber si el número 223 es primo, solo se necesita aplicar los criterios de divisibilidad y dividir entre 7, 11, 13 y 17. ¿Por qué?

Porque el cociente de  $223 : 17$  es un número menor que 17, y si hubiese divisores menores que 17 se habrían hallado antes de probar con este número.

### Mínimo común múltiplo y máximo común denominador

**17.** Obtén mentalmente tres múltiplos comunes de:

- |                |                  |                  |
|----------------|------------------|------------------|
| a) 4 y 5       | b) 10 y 12       | c) 15 y 25       |
| d) 20 y 40     | e) 100 y 150     | f) 20, 25 y 30   |
| a) 20, 40, 60  | b) 120, 240, 360 | c) 75, 150, 300  |
| d) 40, 80, 120 | e) 300, 600, 900 | f) 300, 600, 900 |

**18.**  El mínimo común múltiplo de dos números es 15. ¿Cuáles pueden ser esos números?

3 y 5, o bien, 1 y 15.

**19.**  Calcula.

a) mín.c.m. (2, 4, 8)

b) máx.c.d. (2, 4, 8)

c) mín.c.m. (10, 15, 20)

d) máx.c.d. (10, 15, 20)

e) mín.c.m. (20, 30, 40)

f) máx.c.d. (20, 30, 40)

a) 8

b) 2

c) 60

d) 5

e) 120

f) 10

## Página 59

- 20.** Los miembros de un club social se pueden agrupar, sin que ninguno quede suelto, por parejas, por tríos y por grupos de 7. ¿Cuántos miembros tiene el club, sabiendo que son más de 80 pero menos de 90?

$$\text{mín.c.m. } (2, 3, 7) = 42$$

Múltiplos de 42  $\rightarrow$  42, 84, 126

El club tiene 84 miembros.

- 21.** Ramón tiene un montón de monedas de 10 céntimos, que puede agrupar en montones de 80 céntimos y también en montones de un euro. ¿Cuánto dinero tiene, sabiendo que en total hay más de 5 € pero menos de 10 €?

$$\text{mín.c.m. } (80, 100) = 400$$

Múltiplos de 400  $\rightarrow$  400, 800, 1 200

Ramón tiene 800 céntimos = 8 euros.

- 22.** Los trenes a Miramar salen cada 18 min, y los de Arandilla, cada 24 min. Si son las 15 h 45 min, y salen a la vez, ¿cuándo volverán a coincidir?

mín.c.m. (18, 24) = 72  $\rightarrow$  Cada 72 minutos coinciden los trenes. Por lo tanto, después de las 15:45, volverán a coincidir a las 16:57.

- 23.** Se desea partir una cartulina de 48 cm  $\times$  60 cm en tarjetas cuadradas que tengan entre cinco y diez centímetros de lado. ¿Cuál debe ser el tamaño de las tarjetas para no desperdiciar recortes de cartulina?

Divisores de 48  $\rightarrow$  1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

Divisores de 60  $\rightarrow$  1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

El único divisor común de 48 y 60 entre 5 y 12 es 6.

Las tarjetas deben ser de 6 cm de lado.

- 24.** En una escuela de baloncesto había 20 equipos, todos con igual número de jugadores. Debido a un recorte de presupuesto, se han suprimido cuatro equipos, distribuyendo sus miembros entre los demás. Así, cada equipo ha aumentado en dos elementos. ¿Cuántos jugadores hay en la escuela de baloncesto?

$$\text{mín.c.m. } (16, 20) = 80$$

Múltiplos de 80  $\rightarrow$  80, 160, 240, ...

En la escuela hay 160 jugadores, que estarían distribuidos 20 equipos de 8 personas. Al eliminar 4 equipos, quedarían 16 equipos de 10 personas cada uno.

- 25.** Una bodega comercializa sus vinos en cajas con el mismo número de botellas. ¿Cuántas botellas van en cada caja, si un comercio ha comprado 60 botellas de vino tinto, 57 de blanco y 45 de rosado?

En cada caja van máx.c.d. (60, 57, 45) = 3 botellas.

- 26.** Un comerciante de ropa recibe una partida de camisas a 24 € la unidad. Un amigo suyo, con tienda en otro barrio, recibe una partida de pantalones a 45 €. Puestos en contacto, deciden intercambiar parte de sus mercancías para mejorar la oferta de sus negocios. ¿En qué condiciones harán el intercambio?


$$\text{mín.c.m. } (24, 45) = 360$$

$$360 : 24 = 15$$

$$360 : 45 = 8$$

Habría que intercambiar lotes de 15 camisas por lotes de 8 pantalones.

### Problemas “+”

- 27.**  Un restaurante, que está reponiendo menaje, invierte 300 € en la compra de vasos y otro tanto en la de tazas. Sabiendo que una taza cuesta un euro más que un vaso, y que ha comprado 15 vasos más que tazas, ¿cuántos vasos y cuántas tazas ha adquirido?


En la siguiente tabla de los divisores de 300 se ve claramente que se han adquirido 75 vasos y 60 tazas.

1	2	3	4	5	6	10	12	15
300	150	100	75	60	50	30	25	20

$$75 \text{ vasos a } 4 \text{ €/vaso} = 300 \text{ €}$$

$$60 \text{ tazas a } 5 \text{ €/taza} = 300 \text{ €}$$

Hay 15 vasos más que tazas y cada taza cuesta 1 € más que una taza.

- 28.**  Un granjero, tras recoger en una cesta su cosecha de huevos, piensa:

- Si los envaso por docenas, me sobran 5.
- Si tuviera uno más, podría envasarlos exactamente en cajas de 10.
- Casi he cogido 100.

**¿Cuántos huevos tiene?**

Por la segunda y tercera condición, deducimos que el granjero ha recogido 89 o 99 huevos.

De estas dos posibilidades, solo la primera verifica la condición restante.

Por tanto, el granjero tiene 89 huevos.

## Taller de Matemáticas

Página 60

### Reflexiona y sé organizado

- **¿Cuántos prismas diferentes se pueden construir con 12 dados unitarios?**

Para 12 dados unitarios, se pueden construir prismas de estas medidas:

$$1 \times 12; 2 \times 6; 3 \times 4; 2 \times 2 \times 3$$

- **Más difícil: ¿Y con un conjunto de 60 dados?**

Para 60 dados unitarios, se pueden construir prismas de estas medidas:

$$1 \times 60; 2 \times 30; 3 \times 20; 4 \times 15; 5 \times 12; 6 \times 10; 2 \times 2 \times 15; 2 \times 6 \times 5; 4 \times 3 \times 5; 10 \times 2 \times 3$$

### Infórmate e investiga

#### Los primos valen dinero

- **Busca el primer número primo mayor que 1 000.**

Descartamos los números pares, que son compuestos, y también los múltiplos de 5.

Vamos probando:

$$1\ 001 = 143 \cdot 7$$

$$1\ 003 = 59 \cdot 17$$

$$1\ 007 = 19 \cdot 53$$

Al llegar al 1 009:

1 009 no es múltiplo de 2, ni de 3, ni de 5.

$$1\ 009 : 7 = 144,14\dots$$

$$1\ 009 : 17 = 59,35\dots$$

$$1\ 009 : 29 = 34,79\dots$$

$$1\ 009 : 11 = 91,72\dots$$

$$1\ 009 : 19 = 53,10\dots$$

$$1\ 009 : 31 = 32,54\dots$$

$$1\ 009 : 13 = 77,61\dots$$

$$1\ 009 : 23 = 43,86\dots$$

$$1\ 009 : 37 = 27,27\dots$$

Con lo que vemos que 1 009 no es múltiplo de ningún número primo menor que 37. Y no hay que seguir probando, puesto que el último cociente obtenido es menor que el divisor (37).

### Ensayo y deduce

#### El 101 es el protagonista

- **¿Qué le ocurre a un número de dos cifras si lo multiplicamos por 101?**

$$29 \times 101 = ?$$

COMPRUEBALO

**Ensayo otros casos y verifica que siempre ocurre lo mismo.**

Si un número de dos cifras ( $ab$ ) se multiplica por 101, se obtiene otro de cuatro cifras ( $abab$ ).  
Por ejemplo:  $29 \cdot 101 = 2\ 929$



- **¿Qué tienen en común todos los números de cuatro cifras que se forman repitiendo alternativamente dos cifras?**

Todos los números de cuatro cifras del tipo  $\boxed{a} \boxed{b} \boxed{a} \boxed{b}$  son múltiplos de 101:

$$\boxed{a} \boxed{b} \boxed{a} \boxed{b} \leftrightarrow \begin{cases} 1\,000a \\ 100b \\ 10a \\ 1b \end{cases} \leftrightarrow 1\,010a + 101b = 101 \cdot (10a + b) \leftrightarrow 101 \cdot \boxed{a} \boxed{b}$$

## Entrénate resolviendo problemas

### ¡Echa cuentas!

- **En un colegio hay dos clases, A y B, de primero de ESO. Si en el grupo A se hacen equipos de 5 para jugar a baloncesto, sobran 3 personas. Si se hace lo mismo en el grupo B, sobran 4.**

**¿Cuántos sobrarán si se hacen los equipos después de juntar ambos grupos?**

Juntamos los grupos A y B. Los equipos formados, formados están.

Sobran 3 y 4, que hacen 7. Con ellos podemos hacer un equipo más y sobran 2.

- **Un galgo persigue a una liebre. La liebre da saltos de 3 m y el galgo da saltos de 4 m. Si en un momento determinado las huellas del galgo coinciden con las de la liebre, ¿cuántas veces vuelve a ocurrir lo mismo en los siguientes 200 m?**

mín.c.m.  $(3, 4) = 12$

El cociente de 200 entre 12 es 16, por lo que 16 veces volverán a coincidir las huellas del galgo con las de la liebre.

## Autoevaluación

- 1. Busca, entre los siguientes, cuatro pares de números emparentados por la relación de divisibilidad:**

6 15 35 80 90 240

60 y 90, 15 y 90, 80 y 240, 6 y 240

- 2. ¿Verdadero o falso?**

a) 60 es divisible entre 15.

b) 7 múltiplo de 21.

c) 12 es divisor de 120.

d) 162 múltiplo de 8.

a) Verdadero

b) Falso,  $21 = 7 \cdot 3$ , por tanto, 21 es múltiplo de 7.

c) Verdadero

d) Falso, 162 no es divisible por 8,  $162 : 8 = 20$  y resto 2.

- 3. Escribe.**

a) Los múltiplos de 12 comprendidos entre 50 y 100.

b) Todos los divisores de 90.

a) 60, 72, 84, 96

b) 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90

- 4. Encuentra los números pedidos.**

a) El primer múltiplo de 13, después de 1 000.

b) El último múltiplo de 11, antes de 1 000.

a) 1 001

b) 990

- 5. Completa en tu cuaderno.**

a) Un número es múltiplo de 3 cuando...

b) Un número es divisible entre 5 cuando...

c) Un número es múltiplo de 9 cuando...

a) Un número es múltiplo de 3 cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

b) Un número es divisible entre 5 cuando acaba en 0 o en 5.

c) Un número es múltiplo de 9 cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 9.

- 6. Escribe, ordenados, todos los números primos menores que 50.**

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

- 7. Averigua si los números siguientes son primos o compuestos:**

a) 101

b) 147

c) 247

a) 101 es primo.

b) 147 es divisible entre 3. Es compuesto

c)  $247 = 13 \cdot 19$ . Es compuesto.

- 8. Descompón en factores primos.**

a) 36

b) 48

c) 396

a)  $36 = 2^2 \cdot 3^2$

b)  $48 = 2^4 \cdot 3$

c)  $396 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11$

**9. Calcula.**

- a) mín.c.m. (36, 48)      b) máx.c.d. (36, 48)      c) mín.c.m. (10, 15, 25)      d) máx.c.d. (10, 15, 25)
- a) mín.c.m. (36, 48) = 144      b) máx.c.d. (36, 48) = 12
- c) mín.c.m. (10, 15, 25) = 150      d) máx.c.d. (10, 15, 25) = 5

**10. ¿De cuántas formas distintas se puede dividir una clase de 28 alumnos, en equipos con el mismo número de miembros, sin que sobre ninguno?**

N.º DE EQUIPOS	1	2	4	7	14	28
MIEMBROS POR EQUIPO	28	14	7	4	2	1

**11. ¿Cuál es el lado del menor cuadrado que se puede formar uniendo baldosas rectangulares de 15 cm de largo por 6 cm de ancho?**

mín.c.m. (15, 6) = 30

El lado del menor cuadrado que se puede formar mide 30 cm.

El cuadrado se forma con  $2 \times 5$  baldosas.

**12. Un grupo de 48 niños, acompañados de 36 padres, acuden a un campamento de montaña. Para dormir, acuerdan ocupar cada cabaña con el mismo número de personas. Además, cuantas menos cabañas ocupen, menos pagan. Por otro lado, ni los padres quieren dormir con niños, ni los niños con padres. ¿Cuántos entrarán en cada cabaña? ¿Cuántas cabañas ocuparán?**

máx.c.d. (36, 48) = 12

En cada cabaña entrarán 12 personas.

Ocuparán  $(48 + 36) : 12 = 7$  cabañas.