

DIVISIBILIDAD

Evaluación A

1. Indica verdadero o falso justificando tu respuesta con una operación.

- a) 12 es múltiplo de 4. Verdadero. $12 : 4 = 3$
- b) 17 es múltiplo de 7.
Falso. La división $17 : 7$ no es exacta.
- c) 5 es un divisor de 25. Verdadero $25 : 5 = 5$
- d) 27 es divisible por 9. Verdadero. $27 : 9 = 3$
- e) 8 es divisor de 18.
Falso. La división $18 : 8$ no es exacta.

Recuerda

Si la división entre dos números, $a : b$, es exacta decimos que entre a y b hay **relación de divisibilidad**.

- a es múltiplo de b .
- b es divisor de a .
- a es divisible por b .

2. Escribe todos los divisores de 18.

Ten en cuenta

Para buscar todos los divisores de un número se divide dicho número por los números naturales 1, 2, 3, 4, ... hasta que el cociente sea menor o igual que el divisor. Los divisores y los cocientes de las divisiones exactas son los divisores del número.

$$\text{Div}(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

3. Averigua los divisores comunes de 18 y 45 e indica cuál es su máximo común divisor.

Divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18

Divisores de 45: 1, 3, 5, 9, 15, 45

Divisores comunes de 18 y 45: 1, 3, 9

m.c.d. (18, 45) = 9

Recuerda

El **máximo común divisor** de dos números a y b es el mayor divisor que tienen en común.

Escribimos: m.c.d. (a, b)

4. Indica cuáles de los siguientes números cumplen la condición dada.

130	585	480	792
	1 595	33 462	

- a) Múltiplo de 2 y 3: 480, 792 y 33 462
- b) Múltiplo de 5 pero no de 2: 585 y 1 595
- c) Múltiplo de 2, 3 y 5: 480
- d) Múltiplo de 3 y 5: 480 y 585
- e) Múltiplo de 2 y 5: 130 y 480
- f) Múltiplo de 11: 792, 1 595, 33 462

Recuerda

Un número es:

- **Múltiplo de 2** si termina en 0, 2, 4, 6 u 8.
- **Múltiplo de 3** si sus cifras suman 3 o un múltiplo de 3.
- **Múltiplo de 5** si termina en 0 o 5.
- **Múltiplo de 10** si termina en 0.
- **Múltiplo de 11** si la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan posiciones pares y la de las que ocupan posiciones impares es 0 o múltiplo de 11.

5. Averigua los 3 primeros múltiplos comunes de 8 y 12 e indica cuál es su mínimo común múltiplo.

Recuerda

Los **múltiplos** de un número se averiguan multiplicando el número por los números naturales 1, 2, 3, 4, ...

- Múltiplos de 4 = 4, 8, **12**, 16, 20, 24, 28, 32, **36**, 40
- Múltiplos de 6 = 6, **12**, 18, **24**, 30, **36**, 42

Los múltiplos comunes de 4 y 6 son: 12, 24, 36, ...

El menor de ellos se llama **mínimo común múltiplo**.

m.c.m. (4, 6) = 12

Múltiplos de 8: 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, ...

Múltiplos de 12: 12, 24, 36, 48, 60, 72, ...

Los tres primeros múltiplos comunes de 8 y 12 son: 24, 48 y 72.

m.c.m. (8, 12) = 24

6. ¿En qué cifra tiene que terminar un número para que sea divisible por 2 y por 5?

Para que sea divisible por 2 y por 5 el número debe terminar en 0.

7. Clasifica los siguientes números en primos y compuestos.

12, 7, 21, 13, 26, 30, 33, 19

Primo

7 13 19

Compuesto

12 21 26
30 33

Recuerda

- Un número es **primo** si tiene solamente dos divisores, el 1 y el propio número.
- Un número es **compuesto** si tiene más de dos divisores.

El 1 no es ni primo ni compuesto

8. Descompón en factores primos.

a) 12

12 | 2
6 | 2
3 | 3
1 |

$12 = 2^2 \cdot 3$

b) 40

40 | 2
20 | 2
10 | 2
5 | 5
1 |

$40 = 2^3 \cdot 5$

c) 140

140 | 2
70 | 2
35 | 5
7 | 7
1 |

$140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$

Ten en cuenta

Para **descomponer un número en factores primos**, vamos dividiendo el número entre números primos hasta que el cociente sea 1.

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 0 & 9 \ 3 \\ 0 & 3 \ 3 \\ 0 & 1 \end{array} \quad \text{O bien} \quad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \longrightarrow \quad 18 = 2 \cdot 3^2$$

9. Los monitores de un campamento quieren hacer con los 40 niños que tienen equipos con el mismo número de participantes en cada uno. ¿De cuántas formas lo pueden hacer?

Se trata de buscar los divisores de 40.

$\text{Div}(40) = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$

Desechamos el 1 y el 40 porque se trata de hacer equipos.

Se puede hacer equipos de 2, 4, 5, 8, 10 y 20 niños. Hay seis formas distintas.

10. Jaime va a la piscina cada tres días, juega al tenis cada cuatro días y visita a sus abuelos una vez cada seis días. Si hoy ha hecho las tres cosas a la vez, ¿dentro de cuántos días volverá a hacer las tres cosas el mismo día?

Se trata de buscar el mínimo común múltiplo de 3, 4 y 6: m.c.m. (3, 4, 6) = 12

Dentro de 12 días volverá a ir a la piscina, jugará al tenis y visitará a sus abuelos en el mismo día.

Evaluación B

1. Averigua si entre 364 y 26 hay relación de divisibilidad. Indica qué operación haces para averiguarlo.

$$364 : 26 = 14$$

Como es una división exacta, entre 364 y 26 hay relación de divisibilidad.

2. Escribe los múltiplos de 24 mayores que 70 y menores que 100.

Al hacer la división $70 : 24$ el cociente entero es 2.

Los múltiplos de 24 mayores que 70 y menores que 100 son: $24 \cdot 3 = 72$ y $24 \cdot 4 = 96$

3. Escribe los números que faltan.

a) $\text{Div}(20) = \{1, 2, \boxed{4}, 5, \boxed{10}, \boxed{20}\}$

b) $\text{Div}(24) = \{\boxed{1}, 2, 3, \boxed{4}, 6, \boxed{8}, \boxed{12}, 24\}$

4. Averigua si los números 91 y 167 son primos o compuestos.

Ten en cuenta

Para averiguar si un número es primo dividimos el número entre los números primos 2, 3, 5, 7, 11, ... hasta que el cociente sea menor que el divisor. Si ninguna división es exacta, el número es primo y si hay alguna que lo es, el número es compuesto.

91 no es divisible por 2, 3 y 5, pero al dividir entre 7 la división es exacta. Así, 91 es compuesto.

Las divisiones de 167 entre 2, 3, 5, 7, 11 y 13 no son exactas. Y al dividir entre 13 el cociente es menor que el divisor. Por tanto, 167 es primo.

5. Indica qué cifras puede ser la letra a para que el número resultante cumpla la condición indicada.

- a) $56a$ tiene que ser un número divisible por 2.

El número tiene que ser par, por tanto tenemos que:

$$a = 0, a = 2, a = 4, a = 6, a = 8$$

- b) $76a$ tiene que ser un número divisible por 3.

La suma de las cifras tiene que ser múltiplo de 3.

$$a = 2 \quad 7 + 6 + 2 = 15$$

$$a = 5 \quad 7 + 6 + 5 = 18$$

$$a = 8 \quad 7 + 6 + 8 = 21$$

6. ¿Existe algún número que sea múltiplo de 10 pero no de 5? Explica detalladamente tu respuesta.

No existe. Si es múltiplo de 10 tiene que terminar en 0 y cualquier número que termina así es múltiplo de 5 ya que los múltiplos de 5 son los números que terminan en 0 o 5.

7. Obtén el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de los números dados.

a) 12 y 70

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$70 = 2 \cdot 7 \cdot 5$$

$$\text{m.c.m.}(12, 72) = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5 = 420$$

$$\text{m.c.d.}(12, 72) = 2$$

b) 100 y 180

$$100 = 5^2 \cdot 2^2$$

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\text{m.c.m.}(100, 180) = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 3^2 = 900$$

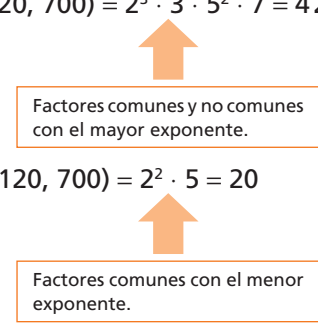
$$\text{m.c.d.}(100, 180) = 2^2 \cdot 5 = 20$$

Ten en cuenta

Para obtener el mínimo común múltiplo (m.c.m.) y el máximo común divisor (m.c.d.) de 120 y 700:

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{m.c.m.}(120, 700) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 4200$$

$$700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{m.c.d.}(120, 700) = 2^2 \cdot 5 = 20$$



Factores comunes y no comunes con el mayor exponente.

Factores comunes con el menor exponente.

8. En un supermercado venden los yogures en paquetes de 6 y no admiten que se rompan para su compra. Lucía ha comprado más de 12 yogures y menos de 20. ¿Cuántos yogures ha comprado?

Se trata de buscar un múltiplo de 6 comprendido entre 12 y 20.

Los múltiplos de 6 son: 6, 12, 18, 24, ...

Ha comprado 18 yogures.

9. Marta cuenta los libros que hay en una estantería de dos en dos y le sobra uno. Para comprobar que los ha contado bien los vuelve a contar pero de tres en tres y le da la misma cantidad y le vuelve a sobrar uno. Intrigada por la casualidad los vuelve a contar de 5 en 5, obtiene el mismo resultado y le vuelve a sobrar uno. En la estantería hay más de 100 y menos de 150 libros. ¿Cuántos libros tiene la estantería?

El mínimo común múltiplo de 2, 3 y 5 es 30.

Los múltiplos comunes de 2, 3, y 5 son los múltiplos de 30: 30, 60, 90, 120, 150, ...

El único múltiplo de 30 comprendido entre 100 y 150 es 120.

Como hay un libro más, la estantería tiene que contener $120 + 1 = 121$ libros.

10. El profesor de Lengua de las clases de 1.º A y 1.º B con 24 y 30 alumnos respectivamente, quiere que hagan un trabajo en equipo. Todos los equipos tienen que tener el mismo número de alumnos y por supuesto no quiere que se mezclen alumnos de las dos clases. ¿De cuántos alumnos pueden ser los equipos y cuántos habrá en cada caso en cada clase?

Buscamos los divisores comunes de 24 y 30:

■ Divisores de 24 = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

■ Divisores de 30 = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

Los divisores comunes de 24 y 30 son: 1, 2, 3, 6

Desechamos el 1, porque en este caso los alumnos harían individualmente el trabajo. Por tanto puede: Hacer equipos de 2 (12 en 1.º A y 15 en 1.º B; equipos de 3 (8 en 1.º A y 10 en 1.º B) o equipos de 6 (3 en 1.º A y 5 en 1.º B)

Evaluación C

1. Indica cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) y cuáles falsas (F).

- a) 8 es múltiplo de 2. V
- b) 6 es divisor de 3. F
- c) 3 es divisor de 9. V
- d) 4 es múltiplo de 8. F
- e) 9 es divisor de 27. V

Ten en cuenta

Si entre dos números hay relación de divisibilidad, el mayor de ellos es múltiplo del menor y este es divisor del mayor. Esta propiedad no se cumple al revés.

2. Averigua los tres primeros múltiplos de 18 mayores que 150.

El cociente entero al dividir 150 entre 18 es 8.

$$9 \cdot 18 = 162 \quad 10 \cdot 18 = 180 \quad 11 \cdot 18 = 198$$

Los tres primeros múltiplos de 18 mayores que 150 son: 162, 180 y 198

3. Escribe los tres primeros múltiplos comunes de 15 y 20.

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$20 = 2^2 \cdot 5$$

$$\text{m.c.m.}(15, 20) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Los tres primeros múltiplos comunes de 15 y 20 son: 60, 120 y 180

Ten en cuenta

Los múltiplos comunes de dos o más números son los múltiplos de su mínimo común múltiplo.

4. Escribe los divisores comunes de 24 y 18.

$$18 = 2 \cdot 3^2$$

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$\text{m.c.d.}(18, 24) = 2 \cdot 3 = 6$$

Los divisores comunes de 24 y 18 son los divisores de 6, esto es: $\text{Div}(6) = \{1, 2, 3, 6\}$

Ten en cuenta

Los divisores comunes de dos o más números son los divisores de su máximo común divisor.

5. Escribe todos los números primos menores que 30.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 y 29

6. Identifica los números primos que hay entre los siguientes números:

18 123 47 55 121

- 18 es múltiplo de 2 por ser par. Es compuesto.
- 123 es múltiplo de 3 por que sus cifras suman 6. Es compuesto.
- 55, termina en 5, es múltiplo de 5. Es compuesto.
- 47 no es divisible por 2 por no ser par, por 3 porque sus cifras suman 11, por 5 porque no termina en 0 ni en 5, ni por 7 porque la división no es exacta y como además el cociente entero es 6, menor que 7, podemos afirmar que es primo.
- 121, es múltiplo de 11 porque $1 + 1 - 2 = 0$. Es compuesto.

Ten en cuenta

Los criterios de divisibilidad son útiles para identificar si un número es primo o compuesto.

7. Averigua el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los números a y b sin determinar el valor de estos.

a) $a = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$
 $b = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$

m.c.m. $(a, b) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 = 7560$

m.c.d. $(a, b) = 2^2 \cdot 3 = 12$

b) $a = 2 \cdot 3^2$
 $b = 3 \cdot 5 \cdot 11$

m.c.m. $(a, b) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11 = 990$

m.c.d. $(a, b) = 3$

8. Obtén el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de los números indicados.

a) 280 y 420

$$\begin{array}{r|l} 280 & 2 \\ 140 & 2 \\ 70 & 2 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 420 & 2 \\ 210 & 2 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$

$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

m.c.m. $(280, 420) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840$

m.c.d. $(280, 420) = 2^2 \cdot 5 \cdot 7 = 140$

b) 315 y 924

$$\begin{array}{r|l} 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 924 & 2 \\ 462 & 2 \\ 231 & 3 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

$924 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$

m.c.m. $(315, 924) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 13860$

m.c.d. $(315, 924) = 3 \cdot 7 = 21$

9. Calcula.

a) m.c.m. $(2, 3, 6) = 6$

b) m.c.m. $(2, 4, 8) = 8$

c) m.c.m. $(3, 4, 6) = 12$

d) m.c.d. $(2, 3, 6) = 1$

e) m.c.d. $(2, 4, 8) = 2$

f) m.c.d. $(3, 4, 6) = 1$

10. El número ABA es un número de tres cifras múltiplo de 3. Además el número AA es primo y la cifra B es impar. ¿De qué número se trata teniendo en cuenta que A y B son distintos?

El único número de dos cifras iguales que es primo es el 11. El resto son divisibles por 11. Por tanto $A = 1$.

De todos los números de tres cifras de la forma $1B1$, los únicos divisibles por 3 son 111, 141 y 171. En dos de ellos la cifra B es impar, pero el 111 no puede ser porque el número sería AAA . Por tanto, $B = 7$.

El número ABA es el 171.

11. Se quiere partir dos listones de 120 cm y 140 cm en trozos del mismo tamaño sin que sobre nada de ninguno de los dos listones y cortando cada listón en el menor número de trozos posible. ¿De qué tamaño tienen que ser los trozos?

El tamaño de los trozos tiene que ser divisor común de 120 y 140. Como queremos que cada listón se corte en el menor número posible de trozos, estos tienen que tener el mayor tamaño posible, por lo que buscamos el máximo común divisor de 120 y 140.

$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

$140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$

m.c.d. $(120, 140) = 2^2 \cdot 5 = 20$

Los trozos tienen que ser de 20 cm de largo.

Evaluación D

1. La división $120 : 8$ es exacta. Expresa en términos *es múltiplo de*, *es divisor de* y *es divisible por* la relación entre 120 y 8.

120 es múltiplo de 8.

8 es divisor de 120.

120 es divisible por 8.

2. Justifica cada enunciado con una operación.

a) 80 es múltiplo de 5.

$$80 : 5 = 16$$

La división es exacta.

b) 7 es divisor de 35.

$$35 : 7 = 5$$

La división es exacta.

c) 12 no es múltiplo de 7.

$$12 : 7$$

La división no es exacta.

3. Escribe.

a) Los tres primeros múltiplos de 8:

8, 16, 24

b) El primer múltiplo común de 5 y 8:

40

c) Todos los divisores de 14:

1, 2, 7, 14

d) El número que es divisor común de todos:

1

4. Completa la tabla poniendo *sí* o *no* en cada casilla sin hacer ninguna división.

	101	850	1265	13860
Divisible por 2	no	sí	no	sí
Divisible por 3	no	no	no	sí
Divisible por 5	no	sí	sí	sí
Divisible por 10	no	sí	no	sí
Divisible por 11	no	no	sí	sí

5. Escribe los números primos mayores que 110 y menores que 120.

110, 112, 114, 116 y 118 no son primos por ser divisibles por 2, ya que son pares.

111, 117 no son primos por ser divisibles por 3.

115 no es primo por ser divisible por 5.

Solo nos queda comprobar si son primos el 113 y el 119.

$113 : 7$ la división no es exacta, y $113 : 11$ la división no es exacta y el cociente entero es 10 menor que 11. Por tanto 113 no es divisible por 2, 3, 5, 7 ni 11. Es primo.

$119 : 7$ es una división exacta. Por tanto, 119 es compuesto.

El único número primo entre 110 y 120 es 113.

6. A partir de la descomposición factorial de los siguientes números, calcula el número indicado en cada apartado.

$$m = 2^2 \cdot 3^2 \quad n = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \quad p = 5 \cdot 7$$

- a) m.c.m. $(m, n) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$ c) m.c.m. $(m, p) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 1260$
 b) m.c.d. $(n, p) = 5$ d) m.c.d. $(m, p) = 1$

7. Descompón en factores primos y obtén el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de los números dados.

- a) 132 y 308

$$\begin{array}{r|l} 132 & 2 \\ 66 & 2 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 308 & 2 \\ 154 & 2 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} 132 &= 2^2 \cdot 3 \cdot 11 \\ 308 &= 2^2 \cdot 7 \cdot 11 \\ \text{m.c.m. } (132, 308) &= 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 = 924 \\ \text{m.c.d. } (132, 308) &= 2^2 \cdot 11 = 44 \end{aligned}$$

- b) 400 y 650

$$\begin{array}{r|l} 400 & 2 \\ 200 & 2 \\ 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 650 & 2 \\ 325 & 5 \\ 65 & 5 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} 400 &= 2^4 \cdot 5^2 \\ 650 &= 2 \cdot 5^2 \cdot 13 \\ \text{m.c.m. } (400, 650) &= 2^4 \cdot 5^2 \cdot 13 = 5200 \\ \text{m.c.d. } (400, 650) &= 2 \cdot 5^2 = 50 \end{aligned}$$

8. Averigua.

- a) m.c.m. $(2, 8) = 8$ c) m.c.m. $(6, 9) = 18$ e) m.c.d. $(2, 5) = 1$ g) m.c.m. $(4, 6) = 2$
 b) m.c.m. $(3, 5) = 15$ d) m.c.m. $(2, 3, 4) = 12$ f) m.c.d. $(4, 8) = 4$ h) m.c.d. $(2, 4, 6) = 2$

9. En una nave se almacenan cajas de 20 cm y 15 cm de altura, poniendo unas sobre otras formando pilas. Todas las pilas deben tener la misma altura y ser la máxima posible sin sobrepasar 150 cm y sin mezclar en ninguna cajas de las dos clases. ¿Es posible almacenar de esta forma 240 cajas de cada clase sin que sobre ninguna?

La altura de las pilas tiene que ser mayor múltiplo común de 20 y 15 menor que 150.

$$15 = 3 \cdot 5; 20 = 2^2 \cdot 5$$

m.c.m. $(15, 20) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$. El mayor múltiplo de 60 menor que 150 es 120.

Las pilas tienen 120 cm de altura.

$120 : 20 = 6$ y $120 : 15 = 8$. Las pilas se forman con 6 cajas de 20 cm u 8 cajas de 15 cm.

$240 : 6 = 40$ y $240 : 8 = 30$. Por tanto, es posible almacenar de esta forma 240 cajas de cada clase sin que sobre ninguna.

10. Se ha cubierto el suelo de una habitación rectangular que mide 480 cm de largo por 330 cm de ancho con baldosas cuadradas del mayor tamaño posible sin tener que cortar ninguna. ¿Cuántas baldosas se han empleado?

$$480 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5; 330 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$$

$$\text{m.c.d. } (480, 330) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

Las baldosas tienen 30 cm de lado.

$480 : 30 = 16$ y $330 : 30 = 11$. Por tanto, se han empleado: $16 \cdot 11 = 176$ baldosas