

IDENTIFICAR SISTEMAS DE ECUACIONES Y SUS ELEMENTOS

Nombre: Curso: Fecha:

Un **sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas** está formado por dos ecuaciones de las que se busca una solución común.

$$\left. \begin{array}{l} ax + by = k \\ a'x + b'y = k' \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Coeficientes de las incógnitas: } a, a', b, b' \\ \text{Términos independientes: } k, k' \end{array} \right.$$

EJEMPLO

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Incógnitas: } x, y \\ \text{Coeficientes de las incógnitas: } 1, 1, 1, -2 \\ \text{Términos independientes: } 5, 2 \end{array} \right.$$

ACTIVIDADES

1 Determina las incógnitas, los coeficientes y los términos independientes de estos sistemas.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x - 2y = 7 \\ 3x - y = 2 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} -2x + y = -1 \\ x - y = 0 \end{array} \right\}$$

- Una **solución** de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es un par de números que verifica ambas ecuaciones.
- **Resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas** es encontrar sus soluciones.

EJEMPLO

Comprueba si el siguiente sistema de ecuaciones tiene como solución $x = 4$ e $y = 1$.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{array} \right\}$$

Veamos si la solución del enunciado verifica las dos ecuaciones del sistema.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{array} \right\} \xrightarrow{x=4, y=1} \left. \begin{array}{l} 4 + 1 = 5 \\ 4 - 2 \cdot 1 = 2 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Cumple la ecuación.} \\ \text{Cumple la ecuación.} \end{array}$$

Por tanto, $x = 4$ e $y = 1$ es una solución del sistema. El sistema es compatible.

2 Determina si $x = 0$ e $y = -1$ es solución de estos sistemas.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 3x - y = 1 \\ x + 4y = 2 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} x + 4y = 2 \\ 3y = -3 \end{array} \right\}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} x - y = 1 \\ 2x + 4y = -4 \end{array} \right\}$$

RESOLVER SISTEMAS MEDIANTE EL MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Nombre: Curso: Fecha:

Para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el **método de sustitución**:

- Despejamos la incógnita en una de las dos ecuaciones.
- Sustituimos la expresión obtenida en la otra ecuación.
- Resolvemos la ecuación con una incógnita que resulta.
- Sustituimos el valor obtenido en cualquiera de las dos ecuaciones para obtener la otra incógnita.
- Comprobamos que la solución obtenida verifica ambas ecuaciones.

EJEMPLO

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método de sustitución:

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ x - y = 10 \end{cases}$$

- Despejamos la incógnita x de la segunda ecuación.

$$x = 10 + y$$

- Sustituimos esta incógnita en la primera ecuación.

$$x + y = 30 \xrightarrow{x = 10 + y} (10 + y) + y = 30$$

- Resolvemos la ecuación obtenida.

$$\begin{aligned} (10 + y) + y &= 30 \\ 10 + y + y &= 30 \\ 10 + 2y &= 30 \\ 2y &= 30 - 10 \\ y &= \frac{20}{2} \\ y &= 10 \end{aligned}$$

- Sustituimos el valor $y = 10$ en la primera ecuación.

$$\begin{aligned} x + y &= 30 \\ x + 10 &= 30 \\ x &= 20 \end{aligned}$$

- Comprobamos la solución obtenida. Para ello hay que sustituir el par de valores (20, 10) en las dos ecuaciones.

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ x - y = 10 \end{cases} \xrightarrow{x = 20, y = 10} \begin{cases} 20 + 10 = 30 \\ 20 - 10 = 10 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Cumple la ecuación.} \\ \text{Cumple la ecuación.} \end{array}$$

La solución del sistema es el par de valores $x = 20$ e $y = 10$.

Por tanto, el sistema de ecuaciones tiene solución.

RESOLVER SISTEMAS MEDIANTE EL MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Nombre: Curso: Fecha:

ACTIVIDADES

- 1 Resuelve el sistema de ecuaciones por el método de sustitución.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$$

- Elegimos para despejar la incógnita y en la primera ecuación.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \rightarrow y = 5 - x$$

- Sustituimos esta incógnita en la segunda ecuación.

$$x - 2y = 2 \xrightarrow{y=5-x} x - 2(5-x) = 2$$

- Resolvemos la ecuación obtenida.

$$x = \boxed{}$$

- Sustituimos el valor de x obtenido en una de las ecuaciones, por ejemplo, en la primera.

$$x + y = 5$$

$$\boxed{} + y = 5$$

$$y = \boxed{}$$

Solución del sistema: $x = \boxed{}$ $y = \boxed{}$

- Comprobamos la solución del sistema.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \boxed{} + \boxed{} = 5 \\ \boxed{} - 2 \cdot \boxed{} = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5 = 5 \\ 2 = 2 \end{cases} \rightarrow \text{Si obtenemos este resultado, los valores de } x \text{ e } y \text{ son correctos.}$$

- 2 Resuelve los sistemas mediante el método de sustitución y comprueba los resultados.

a) $\begin{cases} x + 3y = 8 \\ 2x - y = 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -x + y = 7 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$

RESOLVER SISTEMAS MEDIANTE EL MÉTODO DE IGUALACIÓN

Nombre: Curso: Fecha:

Para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el **método de igualación**:

- Despejamos la misma incógnita en las dos ecuaciones.
- Igualamos las expresiones obtenidas.
- Resolvemos la ecuación de una incógnita que resulta.
- Sustituimos el valor obtenido en cualquiera de las dos ecuaciones para obtener la otra incógnita.
- Comprobamos la solución obtenida.

EJEMPLO

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método de igualación:

$$\begin{cases} 2x - y = -1 \\ 3x + y = 11 \end{cases}$$

- Despejamos la incógnita y de las dos ecuaciones.

$$\begin{cases} 2x + 1 = y \\ 11 - 3x = y \end{cases}$$

- Igualamos las expresiones obtenidas.

$$2x + 1 = 11 - 3x$$

- Resolvemos la ecuación obtenida.

$$\begin{aligned} 2x + 1 &= 11 - 3x \\ 2x + 3x &= 11 - 1 \\ 5x &= 10 \end{aligned}$$

$$x = 2$$

- Sustituimos el valor $x = 2$ en cualquiera de las ecuaciones. En este caso, elegimos la segunda.

$$\begin{aligned} 3x + y &= 11 \\ 3 \cdot 2 + y &= 11 \\ 6 + y &= 11 \end{aligned}$$

$$y = 5$$

- Comprobamos la solución obtenida.

Para ello hay que sustituir el par de valores $(2, 5)$ en las dos ecuaciones.

$$\begin{cases} 2x - y = -1 \\ 3x + y = 11 \end{cases} \xrightarrow{x=2, y=5} \begin{cases} 2 \cdot 2 - 5 = -1 \\ 3 \cdot 2 + 5 = 11 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{Cumple la ecuación} \\ \text{Cumple la ecuación} \end{cases}$$

La solución del sistema es el par de valores $x = 2$ e $y = 5$.

Por tanto, el sistema de ecuaciones tiene solución.

RESOLVER SISTEMAS MEDIANTE EL MÉTODO DE IGUALACIÓN

Nombre: Curso: Fecha:

ACTIVIDADES

1 Resuelve el sistema mediante el método de igualación y comprueba la solución:

$$\begin{cases} x + y = 77 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

- Despejamos la misma incógnita en las dos ecuaciones.

$$\begin{cases} x + y = 77 \rightarrow \\ x - y = 2 \rightarrow \end{cases}$$

- Igualamos las ecuaciones obtenidas.

- Resolvemos la ecuación de una incógnita obtenida.

- Sustituimos el valor de una de las incógnitas en cualquiera de las dos ecuaciones del sistema.

- Comprobamos la solución.

2 Resuelve los siguientes sistemas mediante el método de igualación y comprueba los resultados.

a) $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - 4y = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 5y = 10 \\ 4x + 10y = 20 \end{cases}$

RESOLVER SISTEMAS MEDIANTE EL MÉTODO DE IGUALACIÓN

Nombre: Curso: Fecha:

- 3 Resuelve mediante el método de igualación y comprueba la solución del siguiente sistema de ecuaciones con denominadores.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4 \\ x + y = 10 \end{array} \right\}$$

a) Hallamos el común denominador.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3x}{6} + \frac{2y}{6} = \frac{24}{6} \\ x + y = 10 \end{array} \right\}$$

b) Quitamos los denominadores.

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 24 \\ x + y = 10 \end{array} \right\}$$

Ahora resuélvelo tal y como has hecho en ejercicios anteriores. Comprueba la solución.

- 4 Resuelve mediante el método de igualación y comprueba la solución del sistema:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 6 \\ \frac{x}{3} + \frac{2y}{9} = 6 \end{array} \right\}$$

RESOLVER SISTEMAS MEDIANTE EL MÉTODO DE REDUCCIÓN

Nombre: Curso: Fecha:

Para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el **método de reducción**:

- Buscamos un sistema equivalente donde los coeficientes de una misma incógnita sean iguales u opuestos.
- Restamos o sumamos las dos ecuaciones obtenidas, eliminando así una incógnita.
- Resolvemos la ecuación que resulta.
- Sustituimos el valor obtenido en cualquiera de las dos ecuaciones para obtener la otra incógnita.
- Comprobamos la solución obtenida.

EJEMPLO

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método de reducción:

$$\begin{cases} x + 2y = 25 \\ 2x + 3y = 40 \end{cases}$$

- Obtenemos un sistema equivalente.

Elegimos una incógnita en las dos ecuaciones, en este caso x .

Multiplicamos la primera ecuación por 2.

$$\begin{cases} 2(x + 2y = 25) \\ 2x + 3y = 40 \end{cases}$$

Ahora el sistema equivalente es:

$$\begin{cases} 2x + 4y = 50 \\ 2x + 3y = 40 \end{cases}$$

- Restamos las dos ecuaciones del sistema para eliminar la x .

$$\begin{array}{r} 2x + 4y = 50 \\ -(2x + 3y = 40) \\ \hline y = 10 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 2x + 4y = 50 \\ -2x - 3y = -40 \\ \hline y = 10 \end{array}$$

- Resolvemos la ecuación de una incógnita que resulta.

$$y = 10$$

- Sustituimos el valor obtenido en una de las dos ecuaciones del sistema, en este caso en la primera ecuación.

$$\begin{aligned} x + 2y &= 25 \\ x + 2 \cdot 10 &= 25 \end{aligned}$$

$$x = 5$$

- Comprobamos el resultado.

$$\begin{array}{r} x + 2y = 25 \\ 2x + 3y = 40 \end{array} \xrightarrow{x=5, y=10} \begin{array}{r} 5 + 2 \cdot 10 = 25 \\ 2 \cdot 5 + 3 \cdot 10 = 40 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 25 = 25 \\ 40 = 40 \end{array}$$

La solución del sistema es el par de valores $x = 5$ e $y = 10$.

Por tanto, el sistema de ecuaciones tiene solución.

RESOLVER SISTEMAS MEDIANTE EL MÉTODO DE REDUCCIÓN

Nombre: Curso: Fecha:

ACTIVIDADES

- 1 Resuelve el siguiente sistema por el método de reducción y comprueba el resultado:

$$\begin{cases} 3x - 2y = -10 \\ 4x + 5y = 140 \end{cases}$$

- Obtenemos un sistema equivalente. Elegimos una incógnita, por ejemplo la y .

Multiplicamos la primera ecuación por 5 y la segunda ecuación por 2.

$$\begin{cases} 5(3x - 2y = -10) \\ 2(4x + 5y = 140) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 15x - 10y = -50 \\ 8x + 10y = 280 \end{cases}$$

- Sumamos las dos ecuaciones para eliminar la y .

$$\begin{array}{r} 15x - 10y = -50 \\ + 8x + 10y = 280 \\ \hline 23x = 230 \end{array}$$

- Resolvemos la ecuación obtenida.

$$x = \boxed{}$$

- Sustituimos el valor obtenido en cualquiera de las ecuaciones del sistema y obtenemos el valor de y .

- Comprobamos la solución.

- 2 Resuelve por el método de reducción el sistema y comprueba el resultado:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 26 \\ 2x - 3y = -13 \end{cases}$$

Elegimos una incógnita: ¿Por qué número tenemos que multiplicar las ecuaciones para que esa incógnita desaparezca al sumarlas?

$$\begin{cases} \boxed{}(3x + 2y = 26) \\ \boxed{}(2x - 3y = -13) \end{cases} \rightarrow$$