

Algoritmo de resolución de Problemas de inecuaciones

Para resolver problemas de inecuaciones seguiremos este esquema:

- Lectura y comprensión del enunciado.
- Traducción del problema al lenguaje algebraico.
- Planteamiento de la inecuación o inecuaciones.
- Resolución de la inecuación usando el método necesario según sea de primer o de segundo grado.
- Evaluación e interpretación de los resultados obtenidos según los datos del enunciado.

01.- Traduce al lenguaje algebraico:

- El doble de un número más 3 unidades no pasa de 10.
- El cuadrado de un número es mayor que el triple de dicho número menos 2.
- Si tuviera 10 euros más, superaría el dinero que se necesita para comprar un libro de 30 euros.
- La mitad de un número menos 10 unidades es menor que siete.
- Si restamos dos unidades a los tres cuartos de un número, el resultado es mayor que si le sumamos cinco unidades a su mitad.
- El producto de dos números consecutivos no es mayor de ocho.
- El perímetro de un rectángulo cuya base es 3 cm mayor que su altura no llega a 50 cm.

Sol: a) $2x+3 < 10$; b) $x^2 > 3x-2$; c) $x+10 > 30$; d) $x/2 - 10 < 7$;
e) $3/4x - 2 > x/2 + 5$; f) $x \cdot (x+1) \leq 8$; g) $4x+6 < 50$.

02.- Tenemos dos figuras: un triángulo equilátero de lado x y un rectángulo de largo x y de alto igual a 4. Determina para qué valores de x el perímetro del rectángulo es superior al del triángulo.

Sol: Para los valores de x menores a 8 el perímetro del rectángulo es superior al perímetro del triángulo.

03.- Un taxista se desplaza hacia Paris a una velocidad comprendida entre 60 km/h y 90 km/h. ¿Entre que valores oscila la distancia del taxi al punto de partida al cabo de 3 horas?

Sol: entre 180 km y 270 km.

04.- La fábrica A paga a sus comerciales 10 € por artículo vendido más una cantidad fija de 500 €. La fábrica B que es la competencia paga 15 € por artículo y 300 € fijos. ¿Cuántos artículos debe vender el comercial de B para ganar más dinero que el de A?

Sol: Como mínimo 41 artículos.

05.- El perímetro de un triángulo equilátero es menor o igual que 18 m. ¿Cuánto puede medir el lado?

Sol: $x < 6$ m.

06.- A una empresa de cámaras web, el costo en mano de obra y material es de 21 € por unidad producida además de una cantidad fija de 70.000 €. Si el precio de venta de cada webcam es de 35 €, ¿cuántas cámaras webs debe vender como mínimo para generar beneficios?

Sol: Como mínimo 5.001.

07.- Indica el único número positivo que al sumarle 5 sea menor que 7.

Sol: El 1.

08.- Expresa mediante una inecuación el área de un cuadrado sabiendo que su perímetro es mayor que el de un rectángulo de lados 3 y 7 cm.

Sol: Si el lado del cuadrado es x , su área será $x^2 > 25$

09.- Si el perímetro de un rombo no supera los 60 metros, ¿qué podemos decir de la longitud de sus lados?

Sol: Que es inferior a 15 metros.

10.- El área de un cuadrado es menor o igual que 36 m². Calcula cuánto puede medir el lado.

Sol: $0 < x \leq 6$.

11.- La suma de la mitad y de la cuarta parte de un número es más pequeña o igual que el triple del resultado de este número menos seis unidades. Encuentra la solución de esta inecuación.

Sol: $x \geq 8$

12.- ¿Cuáles son los números naturales cuyo triple es mayor o igual que su doble más 30?

Sol: Los mayores de 29 unidades.

13.- Averigua cual es el menor número entero múltiplo de 3 que verifica la inecuación: $x + 2 > 3x + 10$

Sol: El -6.

14.- Un coche se desplaza por una carretera a una velocidad comprendida entre 70 y 110 Km/h. ¿Entre qué valores oscila la distancia del coche al punto de partida al cabo de 4 horas?

Sol: Entre 280 y 440 km.

15.- Una fábrica paga a sus comerciales 20 € por artículo vendido más una cantidad fija de 600 €. Otra fábrica de la competencia paga 40 € por artículo y 400 € fijos. ¿Cuántos artículos debe vender un comercial de la competencia para ganar más dinero que el primero?

Sol: Más de 10 artículos.

En un rectángulo, la altura mide 12 cm y la base es desconocida. Si se sabe que su área está comprendida entre 300 y 600 cm², pudiendo ser incluso alguno de estos dos valores, ¿qué puede decirse de la base?

Como el área se calcula multiplicando base por altura, si dividimos las áreas entre 10, tendremos el intervalo en el que estará la base:

$$\frac{300}{12} = 25 \quad \frac{600}{12} = 50$$

Por tanto, la longitud de la base pertenece al intervalo [25,50]

16.- La tarifa de telefonía de la empresa A es 25 euros fijos mensuales más 10 céntimos por minuto de conversación, la de la empresa B, es 20 euros fijos más 20 céntimos por minuto de conversación. ¿A partir de cuantos minutos empieza a ser más rentable la tarifa de la empresa A?

Sol: A partir de 50 minutos.

17.- En infojobs se ofertan dos trabajos de vendedor de coches, en la primera ofrecen 1.000 euros de sueldo fijo más 200 euros por coche vendido, y en la otra ofrecen 800 euros de fijo más 250 € por coche. ¿qué oferta es mejor?

Sol: Depende del nº de coches vendidos, a partir de 40 coches es mejor la segunda, si no, es más interesante la primera oferta.

18.- El área de un cuadrado es menor o igual que 64 cm². Determina entre qué valores se halla la medida del lado.

Sol: [0,8].

19.- El perímetro de un cuadrado es menor que 60 metros. Determina entre qué valores se halla la medida del lado.

Sol: (0,15).

20.- Una inecuación cuya solución sea el intervalo $(-\infty, 5)$ es:

- $5x - 3x + 2 < 9x + 2$
- $8x - 3x + 7 < 9x + 2$
- $5x - 3x + 2 < 7x + 27$
- $5x - 3x - 2 > 7x - 27$

Sol: d)

21.- Para comprar un regalo, Emilia ha ido reuniendo monedas de 1 euro y de 2 euros, juntando en total 20 monedas. Si el precio del regalo es menor que 36 euros, ¿cuántas monedas de 2 € puede tener como máximo?

Sol: 15 monedas.

22.- En un examen de 40 preguntas te dan dos puntos por cada acierto y te restan 0,5 puntos por cada fallo. ¿Cuántas preguntas hay que contestar bien para obtener como mínimo 40 puntos, si es obligatorio responder a todas?

Sol: Hay que responder bien, como mínimo, a 24 preguntas.

23.- El producto de un número entero por otro, dos unidades mayor, es menor que 8. ¿Cuál puede ser ese número?

Sol: El número puede ser: -3, -2, -1, 0 ó 1.

24.- El doble de la suma de un número más tres unidades es más grande que el triple de este número más seis unidades. ¿De qué números se trata?

Sol: De los números negativos.

25.- Si al cuadrado de un número le restamos su triple, obtenemos más de 4. ¿Qué podemos decir de ese número?

Sol: Que puede ser menor que -1 o mayor que 4.

26.- El lado desigual de un triángulo isósceles mide 8 cm. Determina la medida de uno de los otros dos lados si el perímetro tiene que ser mayor de 20 cm.

Sol: Los lados iguales deben medir con mínimo 6 cm.

27.- Un alumno ha obtenido un 3,75 en el primer examen de la evaluación, y un 4,5 en el segundo. Hallar qué nota deberá sacar como mínimo en el tercer y último examen, que hace media con los anteriores, para poder aprobar.

Sol: Como mínimo tiene que sacar un 6,75.

28.- Un empresario paga a un vendedor un sueldo fijo de 1.500 € más 1 € por artículo vendido. Otro vendedor, más emprendedor, no tiene sueldo fijo, pero pacta cobrar 3 € por cada unidad que logre vender ¿A partir de qué número de productos vendidos cobrará más el segundo empleado?

Sol: A partir de 400 artículos.

Un comercial de la tienda en casa tiene un contrato, por el cual percibe 300 € de sueldo fijo más 90 € por cada artículo vendido. Si recibe una oferta de trabajo de otra tienda por la que le ofrecen 140 € por cada venta, pero sin remuneración fija. ¿Cuántos artículos debe vender para que le convenga, económicamente, cambiar de empresa?

Para que le convenga cambiar, el sueldo de la segunda ha de ser mayor que el de la primera, así que escribimos la inecuación y la resolvemos:

$$140x > 300 + 90x \rightarrow 50x > 300 \rightarrow x > \frac{300}{50} = 6$$

Por tanto, tiene que vender más de 6 artículos.

29.- El perímetro de un cuadrado es menor o igual que 20 m. ¿Cuánto puede medir el lado?

Sol: $x \leq 5$ m.

30.- Una editorial ofrece a un comercial dos tipos de contrato anuales: a) 25.000 € fijos más un 10 % por cada libro; o b) El 30 % de cada libro vendido. Si cada libro cuesta 35 €, ¿Cuántos libros ha de vender como mínimo para que la opción B sea más beneficiosa?

Sol: Más de 3.571 libros.

31.- En una fiesta, Olga, Begoña y Salvador hablan de las edades que tienen. Sabemos que la suma de las edades de los tres es inferior a 85 años, que Begoña tiene el doble de años que Olga y que Salvador tiene 15 años más que Begoña. ¿Podrías decir si la persona más joven es ya mayor de edad?

Sol: Sí, y es menor de edad.

32.- La familia Sánchez quiere ir de viaje. Por eso se han puesto en contacto con dos agencias de viaje. La agencia Salimos cobra 75 euros más 0,50 euros por kilómetro y la agencia Marchamos cobra 95 euros más 0,40 euros por kilómetro. a) ¿A partir de cuántos kilómetros resulta más barata la agencia Salimos?; b) Para hacer un viaje de 350 km, ¿qué agencia es la más rentable? ¿Y para hacer un viaje de 480 km?

Sol: a) Si hacen menos de 200 km.; b) Marchamos.

33.- Si al triple de un número le restamos diez unidades, resulta mayor que si al doble de este número le sumamos cuatro. ¿Qué números verifican este enunciado?

Sol: Los números mayores de 14.

34.- Lorena tiene 20 años menos que Andrea. Si las edades de ambas, suman menos de 86 años. ¿Cuál es la máxima edad que podría tener Lorena?

Sol: 32 años.

35.- Mónica ha ido a la papelería y ha comprado un cuaderno con espiral para la clase de matemáticas, un bolígrafo que vale la cuarta parte del precio del cuaderno y una escuadra para dibujar que cuesta 1,50 euros. En casa le dan una paga de 12 euros. Sabemos que ha gastado menos de las 2/3 partes. ¿Qué podrías decir del precio del cuaderno de Matemáticas?

Sol: Que cuesta menos de 5,20 €,

36.- El producto de un número entero por otro, dos unidades mayor, es menor que 8. ¿Cuál puede ser ese número?

Sol: El número entero pertenece al intervalo (-2,4).

37.- Un club de tenis cobra a sus socios una cuota mensual de 36 euros, la cual les da derecho a disfrutar de las instalaciones y jugar al tenis tantas horas al mes como deseen. Un jugador que no sea socio tiene que pagar 4,50 €/h por utilizar las instalaciones. ¿Cuántas horas mensuales tendrá que jugar una persona para que le salga más rentable hacerse socia del club?

Sol: Como mínimo 8 horas.

38.- El lado de un rectángulo tiene 20 cm y el otro x cm. Determina la medida de x para que el área del rectángulo sea inferior a 104 cm². Sol: El otro lado ha de medir menos de 52 milímetros.

39.- ¿Cuántos kilos de pintura de 3,5 €/kg debemos mezclar con 6 kg de otra de 5 €/kg para que el precio de la mezcla sea inferior a 4 €/kg?

Sol: Más de 10 kilos.

40.- La encargada de una tienda mezcla café de Colombia de 9 €/kg con café de Brasil de 15 €/kg. Pretende conseguir un café de calidad intermedia que no supere los 12 €/kg. Si quiere poner a la venta 60 kg de mezcla, ¿qué condiciones tienen que cumplir los pesos de las dos clases de café que va a mezclar?

Sol: no se pueden usar más de 30 kg del café de Brasil para hacer la mezcla.

41.- María tiene el triple de la edad de su hermana. Si entre las dos no suman 20 años, ¿Cuántos años puede tener cada una?

Sol: María ha de tener menos de 15 años y su hermana menos de 5.

42.- Carlos tiene entre 6 y 10 años, Javier tiene 4 años menos que Carlos y Ana tiene 6 años más que Javier. ¿Qué puedes decir de las edades de Javier y de Ana?

Sol: Javier tiene (2,6) años y Ana (8,15).

43.- Halla los valores en los que se encuentra la medida del lado de los cuadrados de área menor que 625 m².

Sol: (0,25).

44.- Si el triple de la edad de Roberto menos cinco años es menor que su edad más trece años, ¿qué se puede decir de la edad de Roberto?

Sol: Que es menor de 9 años.

45.- La suma de las edades de dos personas es mayor de 40 años y su diferencia menor o igual que 8. ¿Cuál de los siguientes sistemas de inecuaciones nos permite calcular sus edades?

$$a) \begin{cases} x + y < 40 \\ y - x \leq 8 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + y \geq 40 \\ y - x < 8 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x + y > 40 \\ x - y < 8 \end{cases} \quad d) \begin{cases} x + y > 40 \\ x - y \leq 8 \end{cases}$$

Sol: d)

46.- El perímetro de un rectángulo es menor que 14 cm. Si la base es mayor que el doble de la altura menos 3 cm, algún valor que verifica es sistema es:

$$a) \text{ base} = 4 \text{ cm, altura} = 1 \text{ cm} \quad c) \text{ base} = 6 \text{ cm, altura} = 4 \text{ cm} \\ b) \text{ base} = 2 \text{ cm, altura} = 3 \text{ cm} \quad d) \text{ base} = 6 \text{ cm, altura} = 4 \text{ cm}$$

Sol: d)

47.- Calcula las posibles edades de Pepita y de su hija Charo sabiendo que difieren en más de 21 años y que dentro de 2 años, la cuarta parte de la edad de la madre será menor que la edad de la hija.

Sol: Charo tiene más de 5 años y su madre más de 26.

En una tienda de comercio justo hay dos tipos de marcas de café: una de Ecuador y otra de Colombia. En el que procede de Ecuador, cada paquete cuesta 1,30 euros, y en el de Colombia, 1,65 euros. Averigua el número de paquetes de cada tipo que puedo adquirir si llevo 25 euros en el bolsillo y quiero comprar el doble de paquetes del elaborado en Colombia que del procedente de Ecuador.

Como tengo que comprar doble de uno que de otro, compraré $2x$ del primer y x del segundo, con esto planteamos la inecuación y la resolvemos:

$$2 \cdot 1,65x + 1,3x \leq 25 \rightarrow 4,6x \leq 25 \rightarrow x \leq \frac{25}{4,6} = 5,4$$

Por tanto, Como máximo puedo adquirir 5 de Ecuador y 10 de Colombia.

48.- Para comprar un regalo, Emilia ha ido reuniendo monedas de 50 céntimos y de 1 euro, juntando en total 20 monedas. Si el precio del regalo es mayor que 16 euros y menor que 18 euros, ¿qué número de monedas podía tener de 1 euro?

Sol: Más de 12 y menos de 16

49.- Si tuviera el triple de lo que tengo en un bolsillo, me faltarían menos de 2 euros para tener 20 euros, pero si tuviera el cuádruple no llegaría a los 27 euros. ¿Qué podemos decir de la cantidad que tengo?

Sol: Que está entre 6 € y 6,75 €.

50.- Un padre y su hijo se llevan 30 años. Determina en qué período de sus vidas la edad del padre excede en más de 10 años al doble de la edad del hijo.

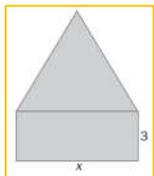
Sol: Entre 0 y 20 años.

51.- Ana y Beatriz preparan pasteles. Si el triple de los que prepara Ana más los de Beatriz es mayor que 51 y si, además, el doble de los que prepara Ana menos los de Beatriz es 24, ¿Cuál es la cantidad mínima de pasteles que pueden hacer?

Sol: Como mínimo 21 pasteles

52.- La tirada de una revista mensual tiene unos costes de edición de 30 000 euros, a los que hay que sumar 1,50 euros de gastos de distribución por cada revista publicada. Si cada ejemplar se vende a 3,50 euros y se obtienen unos ingresos de 12 000 euros por publicidad, ¿cuántas revistas se deben vender para empezar a obtener beneficios?

Sol: A partir de 9000 ejemplares empezamos a obtener beneficios.



53.- Si el área de un cuadrado es menor o igual que 64 centímetros cuadrados, calcula los posibles valores de su diagonal. Sol: $d \leq 8\sqrt{2}$.

54.- Indica para qué valores de x el área del triángulo equilátero de la figura es mayor que la del rectángulo. Sol: $x > 4\sqrt{3}$.

55.- Calcula los valores de m para que se cumplan estas condiciones.

a) Que $mx^2 - mx + 1 \leq 0$ tenga una sola solución.

b) Que $2mx^2 + (4m+1)x + 2m - 3 = 0$ tenga dos soluciones.

Sol: a) $m = 0$; b) $m > -1/32$

56.- Sean a y b dos números cualesquiera, positivos o negativos. ¿Son ciertas o falsas estas afirmaciones?

$$a) a < b \rightarrow a^2 < b^2 \quad b) a < b \rightarrow |a| < |b|$$

$$c) a < b \rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b} \quad d) a < b \rightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$$

Sol: F, F, F, V.

57.- Calcula los valores de m para que se cumpla la condición indicada en cada caso.

a) Que $mx^2 - mx + 1 \leq 0$ tenga una sola solución.

b) Que $2mx^2 + (4m+1)x + 2m - 3 = 0$ tenga dos soluciones.

Sol: a) $m = 4$; b) $m = -1/32$.

58.- ¿Cuáles son los números cuyo cuadrado excede al propio número en más de dos?

Sol: $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

59.- ¿Cuáles son los números cuyo cuádruplo excede a su duplo en más de 10?

Sol: $x > 5$

60.- Desde mi mesa hasta la estantería, doy 5 palmos hacia arriba y aún me falta algo para llegar. Si desde el suelo subo 9 palmos sobrepaso la estantería. La mesa tiene 70 cm. de alta; la estantería 180 cm. ¿Qué puedo decir de la longitud de mi palmo? (Nota: La mesa y la estantería están apoyadas en el suelo)

Sol: Que es menor de 22 cm y mayor de 20 cm.

61.- Ramón y Nuria han medido la pizarra. Ramón ha contado entre 16 y 17 palmos. Nuria cuenta más de 17 pero no llega a 18. Si el palmo de Ramón mide 19'5 y el de Nuria 18 cm. ¿Cuánto mide la pizarra?

Sol: Entre 312 y 324 cm.

62.- En un rectángulo, la altura mide 12 cm y la base es desconocida. Si se sabe que su área está comprendida entre 300 y 600 cm^2 , pudiendo ser incluso alguno de estos dos valores, ¿qué puede decirse de la base?

Sol: Que la longitud de la base pertenece al intervalo [25,50]

63.- Halla la condición que tienen que verificar los coeficientes de la ecuación $8x^2 - (m-1)x + m - 7 = 0$ para que tenga raíces reales.

Sol: Que m no pertenezca al intervalo (9,25)

64.- En una clase hay en total 40 alumnos. En un examen de Matemáticas resulta que el triple de aprobados es mayor que el doble de suspensos. ¿Cuál es el menor número de aprobados posible?

Sol: 17 alumnos aprobados.

65.- Las edades de 2 hermanos difieren en 7 años. ¿Cuáles pueden ser sus edades si su suma es menor que 20?

Sol: El menor tiene como máximo 6 y el mayor 13.

66.- Halla los posibles valores del precio de un litro de vino blanco, sabiendo que el triple de su precio más 14 es menor que 200, y que el doble del mismo más 6 es mayor que 100.

Sol: (47, 62)

67.- Halla dos números naturales cuya suma es 8 sabiendo que el primero es menor que el doble del segundo.

Sol: 1 y 7, 2 y 6, 3 y 5, 4 y 4, 5 y 3.

68.- En una caja hay tornillos defectuosos y no defectuosos. Sabemos que en total hay 200 tornillos; y que el doble de defectuosos es menor que el número de no defectuosos. ¿Cuántos tornillos defectuosos puede tener la caja?

Sol: Como máximo 66 tornillos defectuosos.

69.- La edad del padre es menor que el triple de la edad de su hijo, y hace 5 años, la edad del padre era mayor que el doble de la de su hijo. ¿Entre qué años está comprendido la edad del hijo, sabiendo que la suma de edades es 40 años?

Sol: La edad de hijo es como mínimo 11 y como máximo 14.

70.- Entre los 40 alumnos de una clase se ha efectuado una encuesta sobre el sabor de los helados y resulta que el doble de los que les gusta el chocolate es menor que el triple de los que les gusta la fresa. Hay 5 que aseguran no gustarles el helado. ¿Cuántos hay como mínimo que les gusta el sabor a fresa?

Sol: 15 alumnos.

72.- El perímetro de un triángulo equilátero es menor o igual que 18 m. ¿Cuánto puede medir el lado? Sol: Como máximo 6 metros.

73.- Una compañía discográfica edita un nuevo álbum, que comercializa al precio de 12 euros la unidad. Los gastos de producción ascienden a 150.000 euros. ¿Cuántos discos necesita vender como mínimo si quiere obtener un beneficio de 300.000 euros o más?

Sol: 12.500 álbumes.

74.- Para la calificación de un curso, se decide que la primera evaluación cuente un 25%, la segunda un 35% y la tercera un 40%. Una alumna ha tenido un 5 en la primera y un 7 en la segunda. ¿qué nota tiene que conseguir en la tercera para que su calificación final sea como mínimo un 8?

Sin Solución.

80.- Las estaturas de dos personas han de ser entre sí como 5 es a 6. La suma de las mismas ha de estar comprendida entre 3 y 4 metros. Dibuja las posibles soluciones.

Sol: