

108 Inecuaciones

1.- Resuelve las siguientes inecuaciones de primer grado:

a) $2x + 4 > 0$

b) $3x - 7 < 5$

c) $2 - x > 3$

d) $x - 3 < 3 - x$

e) $2x + 5 > 6x + 4$

f) $3x + 5 \geq 4x - 1$

g) $2(x - 1) < 6 - x$

h) $1 - (4 - x) < 2(x + 1)$

i) $5(x + 1) > 2x + 6$

j) $x - 2(x - 3) < -2$

k) $5(x - 2) \geq 3(2x + 6)$

l) $2x - 1 \leq x - 3(x - 1)$

m) $\frac{1-x}{3} \geq x - \frac{4x-2}{4}$

n) $2(3x - 1) - 5(x - 2) < 3(x + 22)$

o) $\frac{x+2}{4} \leq 3x - 5$

p) $(3x + 2) \cdot 5 - 3(x + 1) \geq 4$

q) $-6(x - 2) - (4 - 3x) > x - 5$

r) $3x + 2 > \frac{x - 2}{2}$

s) $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} > -1$

t) $\frac{3x+1}{3} < x - \frac{1+x}{2}$

u) $\frac{x-3}{2} \geq 1$

v) $\frac{x-1}{2} > x + 1$

w) $\frac{3x-1}{6} \leq x + \frac{x-1}{4} - \frac{x+2}{3}$

x) $\frac{x-4}{4} + 1 < \frac{x+4}{8}$

y) $\frac{2x+3}{5} - \frac{3}{2} \geq \frac{x-1}{5}$

z) $\frac{3x+1}{4} - \frac{1}{3} \leq \frac{2}{15}(x+3) + \frac{4(1-x)}{3}$

a) $x \geq \frac{x-1}{3} - \frac{x+3}{2}$

Sol: a) $x > -2$; b) $x < 4$; c) $x < -1$; d) $x < 3$; e) $x < 1/4$; f) $x \leq 6$; g) $x < 8/3$; h) $x > -5$; i) $x \leq 1$; j) $x > 8$; k) $x \leq -28$; l) $x \leq 1$; m) $x \leq -1/2$; n) $x > -29$; o) $x \geq 2$; p) $x < -1/4$; q) $x < 13/4$; r) $x > -6/5$; s) $x < -5/3$; t) $x \geq 0$; u) $x < -3$; v) $x = 9/5$; w) $x < 4$; x) $x \geq 7/2$; y) $x \leq 109/117$; z) $x \geq -11/7$

2.- Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 - 10x + 21 \geq 0$

b) $x^2 - 5x + 4 \geq 0$

c) $2x^2 - 12x + 16 > 0$

d) $x^2 - 3x - 4 < 0$

e) $x(x - 5) > 2x^2$

f) $x^2 - x \neq 0$

g) $x^2 - 12 \geq x$

h) $3x(2 - x) + 1 \neq (1 - x)^2$

i) $(x - 1)(x + 3) > 0$

j) $x^2 < \frac{4}{5}x$

k) $3x(x - 1) + 2x < 12 - x$

l) $(x - 4)^2 < 0$

m) $-x^2 + 4x > 2x - 3$

n) $(x - 1)^2 - (x - 3)^2 + x^2 \neq -9x - 8$

o) $(x + 5)(x - 5) \geq 600$

p) $(x - 1)^2 > 0$

q) $\frac{3x^2 - 11}{5} - 2\frac{x^2 - 60}{7} \leq 36$

r) $(x + 1)^2 - (x - 1)^2 + 12 \geq 0$

r) $-x(x + 1) + 2 \neq 0$

s) $3x^2 - 2x \geq 2x^2 + 15$

t) $x^2 - 4 < 0$

u) $3(x - 5)^2 - 12 \geq 0$

v) $(3x - 1)(-5x + 2) \geq 0$

w) $\frac{x^2 - 9}{5} - \frac{x^2 - 4}{15} \leq \frac{1 - 2x}{3}$

x) $(2x + 4)^3 > 0$

y) $\frac{(x - 2)^2}{2} + \frac{5x + 6}{6} < \frac{(x + 3)(x - 3)}{3} + 6$

z) $\frac{x - 1}{2} - \frac{1}{3} > x + \frac{3x - x^2}{3}$

Sol: a) $(-\infty, 1] \cup [7, +\infty)$; b) $(-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$; c) $(-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$; d) $(-1, 4)$; e) $(-5, 0)$; f) $(-\infty, 0) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$; g) $(-\infty, -3] \cup [4, +\infty)$; h) $(-\infty, 0) \cup (0, 2) \cup (2, +\infty)$; i) $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$; j) $(0, 4/5)$; k) $(-2, 2)$; l) No sol; m) $(-1, 3)$; n) $(-\infty, -13) \cup (-13, 0) \cup (0, +\infty)$; o) $(-\infty, -25) \cup [25, +\infty)$; p) $R - \{1\}$; q) $[-3, +\infty)$; r) $(-\infty, 3] \cup [7, +\infty)$; s) $(-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$; t) $(-2, 2)$; u) $(-\infty, -2) \cup (-2, 1) \cup (1, +\infty)$; v) $[1/3, 2/5]$; w) $[-7, 2]$; x) $(-2, +\infty)$; y) $(0, 7)$; z) $(-\infty, -1/2) \cup (5, +\infty)$

3.- Resuelve las siguientes inecuaciones racionales:

a) $\frac{x-3}{x+1} > 0$

b) $\frac{3-x}{x-2} \geq 0$

c) $\frac{x}{2-x} \geq 0$

d) $\frac{x+2}{x^2} < 0$

e) $\frac{x-2}{x-1} > 0$

f) $\frac{2x-4}{x-1} > 0$

g) $\frac{x}{x+2} \geq 0$

h) $\frac{x-3}{x+3} > 0$

i) $\frac{x+1}{x-2} - 2 \geq 0$

j) $\frac{x+2}{x-1} > 1$

k) $\frac{x^2+1}{x^2-1} > 0$

l) $\frac{x^2-1}{(x-2)^2} > 0$

m) $\frac{x^2-4}{x} \geq 0$

n) $\frac{1-x^2}{x^2-4} > 0$

o) $\frac{x(x+2)}{x-2} > 0$

o) $\frac{x(x-2)}{x^2+4x+3} \leq 0$

p) $\frac{x^2-x-6}{x^2-3x+6} > 0$

q) $\frac{x(x-2)}{(x+1)(x+3)} \geq 0$

r) $\frac{2}{x} + \frac{3}{x} - x > \frac{1}{x}$

s) $5 + \frac{8}{x+12} > 6 - \frac{6}{x+12}$

t) $\frac{(x+2)(x^2+1)}{x-1} < 0$

u) $\frac{x(x-4)}{x^2+4} \leq 0$

v) $\frac{(2x-1)(2x+1)}{x^2-4} \geq 0$

w) $\frac{x-2}{x} \geq \frac{2x-1}{x+1}$

x) $\frac{2x^3-3x^2-3}{x^2-1} \geq x$

y) $\frac{x^2+1}{x^2-3x+2} > \frac{x}{x^2-3x+2}$

z) $\frac{x^2-3x+2}{4-x^2} \leq 0$

Sol: a) $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$; b) $(2, 3]$; c) $[0, 2)$; d) $(-\infty, -2)$; e) $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$; f) $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$; g) $(-\infty, -2) \cup [0, +\infty)$; h) $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$; i) $(2, 5]$; j) $(1, +\infty)$; k) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$; l) $(-\infty, -1] \cup [1, 2] \cup (2, +\infty)$; m) $[-2, 0) \cup (2, +\infty)$; n) $(-\infty, 0) \cup (1, 2)$; o) $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$; o) $(-3, -1) \cup [0, 2]$; p) $[0, 4]$; q) $(-\infty, -3) \cup (-1, 0) \cup (2, +\infty)$; r) $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$; s) $(-12, 2)$; t) $(-2, 1)$; u) $[0, 4]$; v) $(-\infty, -2) \cup [-1/2, 1/2] \cup (2, +\infty)$; w) $(-1, 0)$; x) $(-1, 1) \cup [3, +\infty)$; y) $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$; z) $(-\infty, -2) \cup [1, +\infty)$

4.- Resuelve estas otras inecuaciones:

a) $x^3 + 4x^2 \geq 6 - x$

b) $2x^3 - 4x^2 > 5x(1+x)$

c) $x^4 - 5x^2 + 6 \leq 0$

d) $x^4 + 4 < 3x^2$

e) $x^4 - 3x^3 \leq 10x^2$

f) $x^4 + 6x^3 + 11x^2 < -6x$

g) $15x^2 + 8 \geq x^4 - 8$

h) $-2(x-2)(x+3)^2 < 0$

i) $x^4 - 4 > 0$

j) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} \geq -2$

k) $2 \cdot 4^{-x} - 7 \cdot 2^{-x} - 4 \leq 0$

l) $3x^3 + x^2 - 3x - 1 \geq 0$

m) $x(x+1)(x-2) > 0$

n) $-5x^2(x-2)(x+1) \leq 0$

o) $x^3 - 9x \leq 0$

o) $5^x > 3125$

p) $-10x^3 + 52x^2 - 70x + 12 \geq 0$

q) $\log_2(x+3) > 5$

r) $\sqrt{2x+1} \geq 3$

s) $x^6 - 19x^3 < 216$

t) $\sqrt{x^2 + 9} < 5$

u) $(3x-12)^3 \geq 0$

v) $6x^4 - 36x^3 + 54x^2 > 0$

w) $10^{3-x} \leq 1$

x) $\log_3(3^x + 8) > 2$

y) $\sqrt{x+1} \geq \sqrt{x+9}$

z) $x - \sqrt{x} < 6$

Sol: a) $[-3, -2] \cup [1, +\infty)$; b) $(-1/2, 0) \cup (5, +\infty)$; c) $[-\sqrt{3}, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, \sqrt{3}]$; d) No sol; e) $[-2, 5]$; f) $(-3, -2) \cup (-1, 0)$; g) $(-\infty, -2) \cup [0, +\infty)$; h) $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$; i) $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$; j) \mathbb{R} ; k) $[-2, +\infty)$; l) $[-1, -1/3] \cup [1, +\infty)$; m) $(-1, 0) \cup (2, +\infty)$; n) $(-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$; o) $(5, +\infty)$; p) $(-\infty, 1/5) \cup [2, 3]$; q) $(2, +\infty)$; r) $[4, +\infty)$; s) $(-2, 3)$; t) $(-4, 4)$; u) $(0, 3)$; w) $[3, +\infty)$; x) \mathbb{R}^+ ; y) $[16, +\infty)$; z) $[0, 9]$