

Algoritmo de resolución de Problemas con sistemas no lineales

- Para resolver problemas de este tipo seguiremos los pasos siguientes:
- Lectura y comprensión del enunciado
 - Traducción del problema al lenguaje algebraico.
 - Planteamiento del sistema de ecuaciones.
 - Resolución del sistema normalmente por **sustitución**.
 - Evaluación e interpretación de los resultados con los datos del enunciado.
 - Responder a la cuestión o cuestiones planteadas en el enunciado.

01.- Halla dos números sabiendo que su suma es 15 y la diferencia de sus cuadrados 15.

Sol: 7, 8.

02.- Halla dos números cuya suma es 23 y su producto 130.

Sol: 10, 13.

03.- Un cuadrado tiene 44 m^2 más de área que otro, y éste dos metros menos de lado que el primero. Hallar los lados de ambos cuadrados.

Sol: 12 y 10 m.

04.- Un grupo de amigos alquila una furgoneta por 490 € para hacer un viaje. A última hora se apuntan dos más y así se devuelven 28 € a cada uno de los otros. ¿Cuántos fueron de excursión y cuánto pagó cada uno?

Sol: Son 7 amigos y pagaron 70 € cada uno.

05.- Un triángulo isósceles mide 32 cm de perímetro y la altura correspondiente al lado desigual mide 8 cm. Calcula los lados del triángulo.

Sol: Los lados iguales miden 10 cm, y el lado desigual, 12 cm.

06.- Descomponer el número 15 en dos sumandos tales que el triple del cuadrado del primero y el doble del segundo sumen 255.

Sol: Descomponemos el 15 en 9 + 6.

07.- Un comerciante quiere vender por 60.000 € los ordenadores que tiene en su almacén. Pero se le estropean dos y tiene que vender los otros 50 € más caros para recaudar lo mismo. ¿Cuántos ordenadores tenía y a qué precio los vendió?

Sol: vende 48 ordenadores a 1250 € cada uno.

Halla las dimensiones de un rectángulo de 60 m^2 de área y cuya diagonal mide 13 m.

Si llamamos x a la longitud de la base e y a la altura, tenemos que:

$$\begin{aligned} \text{Ecuación área: } & x \cdot y = 60 \\ \text{Ecuación lados: } & x^2 + y^2 = 13^2 \end{aligned} \quad \xrightarrow{\text{Por sustitución}} \quad \begin{cases} y = \frac{60}{x} \\ x^2 + \left(\frac{60}{x}\right)^2 = 169 \end{cases}$$

Llegamos a una ecuación bicuadrada:

$$x^2 + \left(\frac{60}{x}\right)^2 = 169 \rightarrow x^2 + \frac{3600}{x^2} = 169 \rightarrow x^4 - 169x^2 + 3600 = 0$$

Que resolvemos mediante el cambio de variable $z^2 = x^2$

$$z^2 - 169z + 3600 = 0 \rightarrow z_1 = 144 \quad y \quad z_2 = 25$$

Y deshaciendo el cambio llegamos a: $x_1 = \sqrt{144} = 12$ y $x_2 = \sqrt{25} = 5$

$$\text{Si } x = 12, \text{ por sustitución } y = \frac{60}{x} = \frac{60}{12} = 5 \text{ y si } x = 5, y = \frac{60}{x} = \frac{60}{5} = 12$$

Por tanto, las dimensiones de rectángulo son 12 x 5 metros.

08.- Para vallar una finca rectangular de 600 m^2 de área, se han utilizado 100 m de cerca. Calcula las dimensiones de la finca.

Sol: 30x20.

09.- Una habitación de suelo rectangular tiene un área de 30 m^2 y un perímetro de 22 m. Halla las dimensiones de dicha habitación.

Sol: 5 x 6 metros.

10.- Sea una parcela rectangular, si su base disminuye en 80 m y su altura aumenta en 40 m, se convierte en un cuadrado. Si disminuye en 60 m su base y su altura aumenta en 20 m, entonces su área disminuye en 400 m^2 . ¿Cuáles son las dimensiones de la parcela?

Sol: Las dimensiones son 160 m x 40 m.

11.- El lado de un rombo mide 5 cm, y su área, 24 cm^2 . Calcula la longitud de sus diagonales.

Sol: Las diagonales del rombo miden 6 y 8 cm.

12.- Halla el radio y la generatriz de un cono que tiene 15 cm de altura y cuya área lateral es de $136\pi \text{ cm}^2$.

Sol: El radio mide 8 cm y la generatriz 17 cm.

13.- Calcula dos números cuya diferencia sea 5 y la suma de sus cuadrados sea 73.

Sol: Los números buscados son -3 y -8 o bien 8 y 3.

14.- La hipotenusa de un triángulo rectángulo es 26 m, y la suma de los catetos es 34 m. Halla la longitud de sus catetos.

Sol: 10, 24.

La suma de los cuadrados de dos números positivos es 52. Hallar dichos números, sabiendo además que el mayor excede al menor en 2.

Si llamamos x al primero e y al segundo, podemos plantear el sistema:

$$\begin{aligned} \text{Ecuación 1: } & x^2 + y^2 = 52 \\ \text{Ecuación 2: } & x - y = 2 \end{aligned} \quad \xrightarrow{\text{Por sustitución}} \quad \begin{cases} y = x - 2 \\ x^2 + (x - 2)^2 = 52 \end{cases}$$

Llegamos a una ecuación de segundo grado:

$$x^2 + (x - 2)^2 = 52 \rightarrow x^2 + x^2 - 4x + 4 = 52 \rightarrow 2x^2 - 4x - 48 = 0$$

Cuya solución es:

$$2x^2 - 4x - 48 = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \rightarrow x_1 = -4 \quad x_2 = 6$$

Desechamos la primera por ser negativa, y por tanto:

$$x = 6 \rightarrow y = x - 2 = 6 - 2 = 4$$

Por lo que los números son el 4 y el 6.

15.- Uno de los lados de un rectángulo mide 2 cm más que el otro. ¿Cuáles son las dimensiones si su área es 15 cm^2 ?

Sol: 3x5.

16.- Si dos números suman 52 y sus cuadrados 1354. ¿Cuáles son esos números?

Sol: 25, 27.

17.- Un transportista va a una ciudad que está a 300 km de distancia. Al volver, su velocidad media ha sido superior en 10 km/h a la velocidad de ida, y ha tardado una hora menos. Calcula las velocidades y los tiempos empleados a la ida y a la vuelta.

Sol: A la ida va a 50 km/h y tarda 6 h, a la vuelta va a 60 km/h y tarda 5 h.

18.- Encuentra dos números sabiendo que su suma es 22 y que la diferencia de sus cuadrados es 44.

Sol: 10, 12.

19.- Halla las dimensiones de un rectángulo cuya diagonal mide 13 m, y su área, 60 m^2 .

Sol: Las dimensiones del rectángulo son 5 m y 12 m.

20.- Dos números suman 65 y la diferencia de sus cuadrados es 325. Calculados.

Sol: 30, 35.

21.- Halla las dimensiones de un rectángulo del que sabemos que su perímetro es de 34 m, y su área de 60 m^2 .

Sol: Las dimensiones del rectángulo son 12 m x 5 m.

22.- El área total de un cilindro es $112\pi \text{ cm}^2$, y entre el radio y la altura suman 14 cm. Halla su volumen.

Sol: $V = 160\pi \text{ cm}^3$.

23.- Halla dos números cuya suma es 15 y la de sus cuadrados 117.

Sol: Los números 6 y 9.

24.- Descomponer el número 15 en dos partes, cuyos cuadrados difieran en 45 unidades.

Sol: 6, 9.

25.- Calcular las dimensiones de un rectángulo de 30 cm de perímetro y 54 cm² de área. **Sol: 6, 9.**

26.- La suma de los cuadrados de dos números positivos es 89. Hallar dichos números, sabiendo además que el mayor excede al menor en 3. **Sol: 5 y 8.**

La suma de las áreas de dos cuadrados es 100 dm², y su diferencia es 28 dm². Hallar los lados de los cuadrados.

Si llamamos x al lado del primer cuadrado e y al del segundo, podemos plantear un sistema de ecuaciones no lineales:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 100 \\ x^2 - y^2 = 28 \end{cases} \xrightarrow{\text{Por reducción}} 2x^2 = 128 \rightarrow x = \sqrt{\frac{128}{2}} = \sqrt{64} = 8$$

Y despejando en la primera podemos calcular y :

$$x^2 + y^2 = 100 \rightarrow 64 + y^2 = 100 \rightarrow y = \sqrt{36} = 6$$

(en ambas raíces cuadradas hemos desechado las soluciones negativas por tratarse de la medida de los lados de dos cuadrados)

Por tanto, los lados de los cuadrados son 6 y 8 dm.

27.- Hallar dos números positivos sabiendo que la suma de los mismos es 9 y el producto de sus cuadrados es 400. **Sol: Los números son el 4 y el 5.**

28.- ¿Cuánto medirán los lados de una piscina que ocupa 280 m² de la finca y tiene un perímetro de 68 m? **Sol: Los lados miden 20 y 14 m**

29.- Halla dos números naturales cuya suma es 12 y la suma de sus cuadrados 80. **Sol: 4, 8.**

30.- Calcula el valor de dos números naturales, tales que al elevar el primero al cuadrado da el mismo resultado que sumarle uno al segundo, y, por otro lado, al sumarle cinco al primero me da el segundo número. **Sol: 3 y 8.**

31.- Hallar un número de dos cifras en que la cifra de las unidades sea igual al cuadrado de la cifra de las decenas y la suma de las dos cifras sea 6. **Sol: 24.**

32.- La suma de dos números enteros positivos es 36. El producto del primero, aumentado en 3, por el segundo aumentado en 2, es 408. ¿Cuáles son dichos números? **Sol: 21 y 15 y también 14 y 22.**

33.- Al principio del curso la relación del número de alumnos de dos colegios era 7/10. Habiéndose retirado 50 alumnos del primer curso y 80 del segundo curso al fin de curso la relación es 5/7. ¿Cuál fue el número de alumnos matriculados en cada colegio? **Sol: 350/750.**

34.- Calcular las dimensiones de un rectángulo de 30 cm de perímetro y 54 cm² de área. **Sol: 6, 9.**

35.- La suma de las áreas de dos cuadrados es 100 dm², y su diferencia es 28 dm². Hallar los lados de los cuadrados. **Sol: 6 y 8.**

36.- La suma de los cuadrados de dos números positivos es 117, y la diferencia de sus cuadrados es 45. ¿Cuáles son dichos números? **Sol: 6, 9.**

37.- Un jardín de forma rectangular tiene 600 m² de superficie y su perímetro mide 100 m. ¿Cuáles son las dimensiones de sus lados? **Sol: 20, 30.**

38.- El perímetro de un triángulo rectángulo es de 56 m y la hipotenusa 25 m. Hallar los lados. **Sol: 7, 24.**

39.- Un rectángulo tiene una longitud de 30 cm y una anchura de 15 cm. ¿Cuánto se debe añadir a la anchura y quitar a la longitud para que su área disminuya en 100 cm² y su perímetro no varíe? **Sol: 5 cm.**

40.- La diferencia entre los cuadrados de dos números consecutivos es 17. ¿Cuáles son dichos números? **Sol: 8 y 9.**

41.- Un cuadrado tiene 13 m² más que otro y éste 1 m menos de lado que el primero. Halla los lados de los cuadrados. **Sol: 6, 7.**

42.- Se tiene un lote de baldosas cuadradas. Si se forma con ellas un cuadrado de x baldosas por lado sobran 8, y si se toman $x + 1$ baldosas por lado faltan 13. Hallar las baldosas del lote. **Sol: 108 baldosas.**

43.- Calcular los tres lados de un triángulo rectángulo sabiendo que la suma de sus lados es 24 y que la suma de sus cuadrados es 200. **Sol: 6, 8, 10.**

44.- La edad de mi tía, hoy es el cuadrado de la de su hija; pero dentro de nueve años será solamente el triple. ¿Qué edad tiene cada una? **Sol: la tía 36 y la hija 6.**

45.- Hallar una fracción cuyo valor no cambia añadiendo 15 al numerador y 18 al denominador y que se triplica cuando se añade 55 al numerador y 6 al denominador. **Sol: 20/24.**

46.- Halla dos números positivos cuya diferencia sea 3 y la suma de sus cuadrados 929. **Sol: 20, 23.**

¿Cuánto medirán los lados de una piscina que ocupa 280 m² de la finca y tiene un perímetro de 68 m?

Si llamamos x al largo de la piscina e y al ancho, tenemos que:

$$\begin{cases} \text{Ecuación área: } x \cdot y = 280 \\ \text{Ecuación perímetro: } 2x + 2y = 68 \end{cases} \xrightarrow{\text{Por sustitución}} \begin{cases} y = \frac{280}{x} \\ x + \frac{280}{x} = 34 \end{cases}$$

Llegamos a una ecuación de segundo grado cuya solución es:

$$x + \frac{280}{x} = 34 \rightarrow x^2 - 34x + 280 = 0 \rightarrow x_1 = 14 \quad x_2 = 20$$

$$\text{Y despejando en } y = \frac{280}{x} \rightarrow y_1 = \frac{280}{14} = 20 \rightarrow y_2 = \frac{280}{20} = 14$$

Por tanto, los lados de la piscina miden 14 y 20 metros.

47.- Hallar dos números naturales cuya diferencia sea 8 y cuyo producto sea 105. **Sol: 7, 15.**

48.- Si un número de dos cifras se divide por el producto de las mismas, el cociente es 3/2. La diferencia del número con las cifras permutadas y el mismo número es 36. Calcula ese número. **Sol: El 48.**

49.- Halla las dimensiones de un triángulo isósceles de 50 cm de perímetro, sabiendo que su altura mide 15 cm. **Sol: Los lados iguales miden 17 y el desigual 16 cm.**

50.- Un campesino tiene bueyes. Si vendiese 15 bueyes, el pienso le duraría 3 días más y si comprase 25 bueyes, el pienso le duraría 3 días menos. Halla el número de bueyes y de días que los puede alimentar. **Sol: Tiene 75 bueyes, que puede alimentar durante 12 días.**

51.- Aprovechando la pared de mi casa, hemos construido un jardín rectangular de 108 m² para que jueguen los niños, y para que no se escapen hemos instalado 30 metros de valla de madera. ¿Cuáles son las dimensiones del jardín? **Sol: 9x12 ó 6x18 metros.**

52.- El área de un triángulo es 78 cm² y entre la base y la altura suman 25 cm. Calcular la base y la altura. **Sol: (12,13) (13,12)**

53.- El área de un triángulo rectángulo es 120 cm² y la hipotenusa mide 26 cm. ¿Cuáles son las longitudes de los catetos? **Sol: 24 y 10 cm.**