1 Sistema de referencia

Página 170

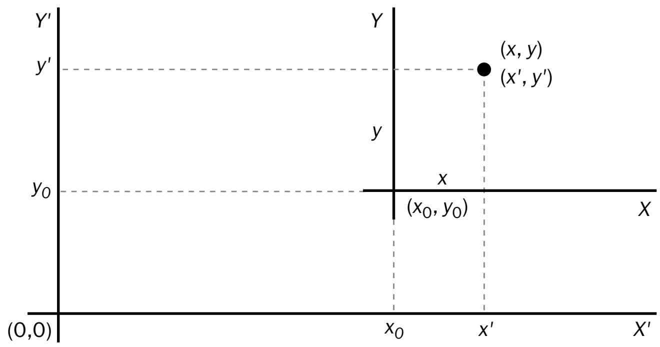
Trabaja con la imagen

Representa un sistema cartesiano situado en el suelo del aula, y localiza en él tu mesa.

Comprueba si el origen de tu sistema coincide con el de tus compañeros y compañeras, y vuelve a localizar la mesa en alguno que tenga un origen distinto al tuyo. ¿Cómo se relacionan las localizaciones en los dos sistemas?

La actividad se plantea para comprobar que la posición (coordenadas) depende del sistema de referencia. La relación entre coordenadas se puede apreciar sin más que representar dos sistemas de referencia, como se muestra en la siguiente imagen, en la que se puede apreciar que la relación entre coordenadas es:

$$x = x' - x_0 \quad ; \quad y = y' - y_0$$



Página 171

1 **Reflexiona y responde: en este momento, ¿te estás moviendo? Justifica tu respuesta.**

Como el movimiento, o el reposo, depende del sistema de referencia que se considere, nos estaremos moviendo, o no, según el que se elija. Conviene enunciar al alumnado el principio de relatividad de Galileo, según el cual no se puede hablar de la velocidad absoluta de un móvil.

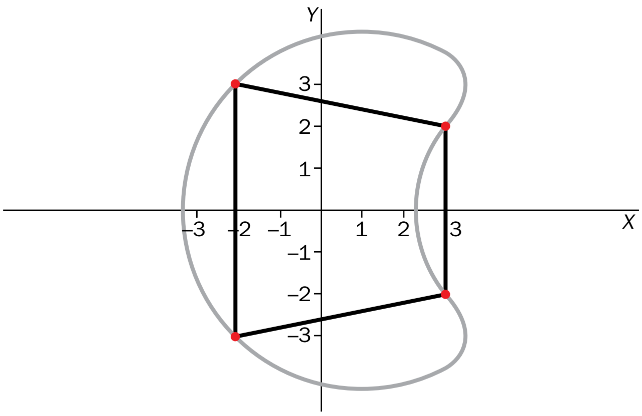
2 **En un sistema cartesiano, representa las posiciones (3, 2), (3, –2), (–2, –3) y (–2, 3).**

Si un móvil parte de la primera y va pasando a las siguientes, en línea recta, hasta volver a la inicial, ¿qué forma tiene la trayectoria que describe?

Dibuja otra trayectoria que, pasando por las mismas posiciones en el mismo orden, incluya tramos curvilíneos y circulares.

En la figura de la página siguiente se muestran las coordenadas del enunciado junto con las dos trayectorias que se solicitan.

Obsérvese que la primera de ellas tiene forma de trapecio.



3 **Localiza en Internet algún vídeo con los términos «movimiento del sistema solar» e identifica en él dos sistemas de referencia en los que las trayectorias de los planetas tienen formas diferentes.**

Se pueden encontrar varios vídeos en los que se observa que si tomamos como referencia el Sol, las trayectorias de los planetas son elípticas (prácticamente circulares, en muchos casos), pero, si tomamos como referencia el centro de la galaxia, las trayectorias son helicoidales. Es un buen ejemplo para mostrar que la trayectoria depende del sistema de referencia.

2 Magnitudes del movimiento

Página 172

Trabaja con la imagen

Representa los vectores posición y el vector desplazamiento si en la imagen se intercambian las posiciones *A* y *B*, esto es, el móvil se desplaza hacia la izquierda.

La actividad se plantea para que el alumnado se vaya acostumbrando a representar los vectores que intervienen en un desplazamiento. Una vez realizada, interesa reforzar la idea de que la dirección del vector desplazamiento, así como su módulo, son los mismos que en la situación anterior, aunque el sentido del vector sea el contrario.

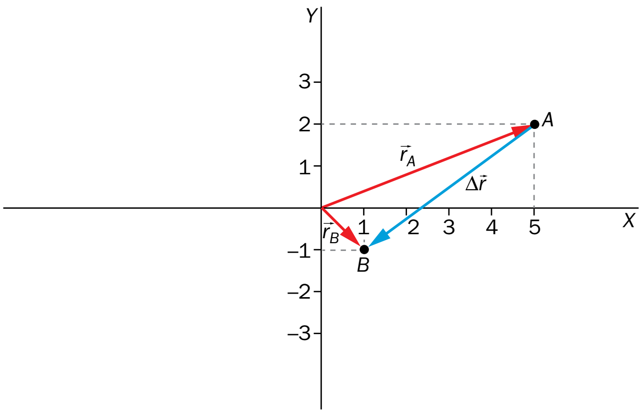
Página 173

4 **Indica al menos tres unidades en las que puedas expresar las magnitudes estudiadas en estas páginas. ¿Cuál es su unidad SI?**

La actividad se plantea para reforzar el significado de la dimensión de una magnitud. Al tratarse de magnitudes con dimensión de longitud, L, se pueden expresar en cualquier unidad de longitud. Se pueden proponer los múltiplos y submúltiplos del metro, m, unidad de esta magnitud en el SI, y otras como el pie, la milla o la pulgada.

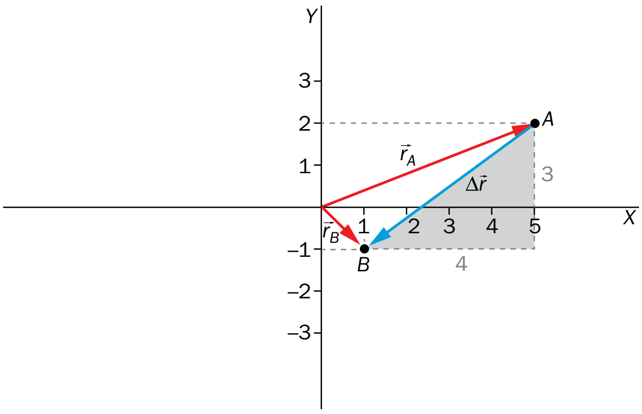
5 **Un móvil pasa de la posición *A*, de coordenadas (5, 2), a la *B* (1, –1), medidas en el SI. Representa los vectores posición y el vector desplazamiento.**

Los vectores solicitados son los representados en la siguiente figura:



6 **A partir del diagrama de vectores de la actividad anterior, calcula el módulo del vector desplazamiento.**

El módulo del vector desplazamiento se calcula aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo sombreado en la figura:



$$\left|\Delta\vec{r}\right| = \sqrt{(4\ \text{m})^2 + (3\ \text{m})^2} = \sqrt{25\ \text{m}^2} = 5\ \text{m}$$

7 **En un movimiento rectilíneo, ¿puede ser $\Delta s > |\Delta\vec{r}|$? Razona tu respuesta.**

En los movimientos rectilíneos, el vector desplazamiento queda sobre la trayectoria, de modo que su módulo, $\left|\Delta\vec{r}\right|$, siempre coincide con el desplazamiento sobre esta, Δs.

Pero en caso de que hubiese un cambio de sentido, para calcular el espacio recorrido habría que ir sumando el de los sucesivos tramos sin cambio de sentido que describiese el móvil. Esto daría como resultado que el espacio recorrido sería mayor que el módulo del vector desplazamiento: $\Delta s > \left|\Delta\vec{r}\right|$

8 **Si un móvil recorre una circunferencia completa de radio *R* = 5 m, calcula el espacio recorrido y el módulo del vector desplazamiento.**

El espacio recorrido coincide con la longitud de la circunferencia ($e = 2 \cdot \pi \cdot 5\ \text{m} \simeq 31{,}42$ m). El vector desplazamiento, al terminar el movimiento en la posición inicial, es cero, y su módulo también lo es.

Página 175

9 **Atendiendo a la ecuación de dimensiones, ¿cuál es la unidad SI de la velocidad?**

Dado que la ecuación de dimensiones de la velocidad es $[v] = L \cdot T^{-1}$, la unidad de velocidad resulta de dividir una unidad de longitud entre una de tiempo. Si utilizamos las del SI, la resultante es m/s.

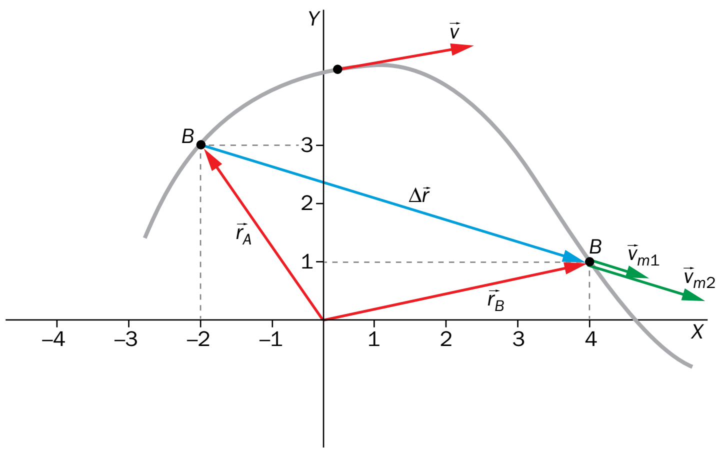
10 **La luz, en el vacío, recorre 300 000 km cada segundo. Este dato, ¿es de velocidad, o de celeridad? Exprésalo en notación científica y unidades SI.**

El dato es de celeridad, pues no informa de la dirección y el sentido del movimiento. Su expresión en notación científica y unidades SI es:

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

11 **Un móvil pasa de la posición (–2, 3) a la (4, 1), en unidades SI. Representa dos posibles vectores de la velocidad media, e indica en qué caso se ha invertido menos tiempo. Después, sobre una trayectoria curvilínea, elige un punto y representa la velocidad instantánea.**

Se invierte menos tiempo en el caso en que el módulo del vector velocidad media es mayor; en la figura, corresponde al vector $\vec{v}_{m2}$:



Se representa también el vector velocidad instantánea sobre la trayectoria curvilínea.

12 **Un vehículo recorre una recta de 100 m en 5 s, y después una semicircunferencia de 30 m de radio en 4 s. ¿En qué tramo es mayor la velocidad media? ¿Y la celeridad media?**

Para resolver esta actividad se calculan la velocidad media y la celeridad media en cada tramo.

En el tramo rectilíneo, el espacio recorrido coincide con el módulo del vector desplazamiento, por lo que el módulo de la velocidad media es igual que la celeridad media:

$$v_m = c_m = \frac{e}{\Delta t} = \frac{100 \text{ m}}{5 \text{ s}} = 20 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

En el caso del movimiento circular, el espacio recorrido es la longitud de una semicircunferencia, y el módulo del vector desplazamiento, el diámetro de la circunferencia:

$$v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{60 \text{ m}}{4 \text{ s}} = 15 \ \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad ; \quad c_m = \frac{e}{\Delta t} = \frac{92{,}25 \text{ m}}{4 \text{ s}} = 23{,}6 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

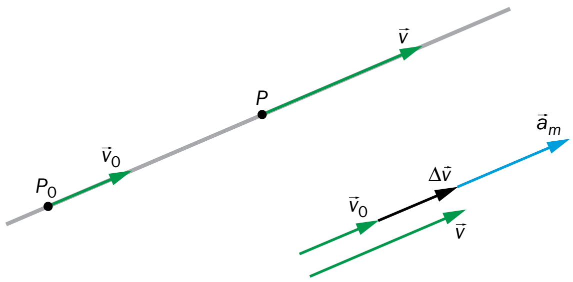
Por tanto, la celeridad media es mayor en el tramo circular, y el módulo de la velocidad media, en el rectilíneo.

Página 176

Trabaja con la imagen

Representa el vector aceleración media en un movimiento rectilíneo en el que no hay cambio de sentido.

La actividad se plantea como modo de transferencia de conocimiento. En la figura se muestra el vector aceleración media en un movimiento curvilíneo, y aquí se pide la transferencia de esta información al movimiento rectilíneo. La figura solicitada debe ser similar a la siguiente:



También sirve para adelantar contenidos que se estudian en la siguiente página, como el hecho de que en los movimientos rectilíneos la aceleración solo tiene componente tangencial.

Página 177

13 **A partir de la ecuación de dimensiones de la aceleración, indica al menos tres unidades en las que se puede expresar esta magnitud, entre ellas la del SI.**

La ecuación de dimensiones de la aceleración nos informa de que las unidades de esta magnitud derivada se obtienen dividiendo una unidad de longitud entre el cuadrado de una de tiempo. En el SI, es el m/s^2, aunque podrían usarse, tanto en el numerador como en el denominador, múltiplos o submúltiplos de estas.

14 **En un movimiento rectilíneo, la celeridad se reduce de 90 km/h a 72 km/h en 2 s. Calcula la aceleración media.**

Al tratarse de un movimiento rectilíneo, todos los vectores tienen la misma dirección y podemos trabajar con los módulos. En primer lugar se expresan los datos en unidades del SI, para después calcular la aceleración media del trayecto:

$$v_0 = 90\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad ; \quad v = 72\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_m = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{-5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\ \text{s}} = -2{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

15 **Razona si las componentes intrínsecas de la aceleración en los siguientes movimientos serán iguales a cero o no:**

a) Un móvil describe una circunferencia con celeridad constante.

b) En una recta, el móvil reduce la celeridad.

a) En el primer caso la celeridad es constante, por lo que la aceleración tangencial es cero; no así la normal, pues la trayectoria se curva continuamente.

b) En el segundo caso, la trayectoria es rectilínea, por lo que la aceleración normal es nula; como la celeridad disminuye, la aceleración tangencial es distinta de cero.

16 **En el siguiente enlace puedes repasar lo que has estudiado en relación con la representación de las magnitudes vectoriales del movimiento: https://www.geogebra.org/material/simple/id/1041835.**

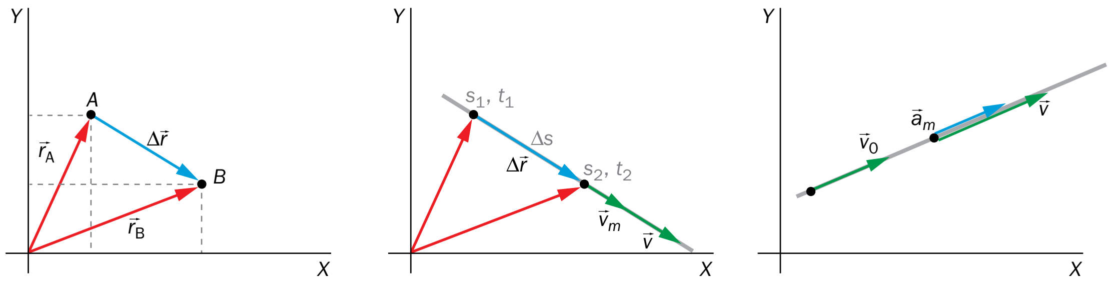
Si existe la posibilidad de proyectar el interactivo, conviene hacerlo para afianzar los contenidos, destacando el hecho de que la aceleración tangencial siempre es tangente a la trayectoria y la componente normal apunta hacia la parte interior de esta. Se pueden proponer actividades de predicción, señalando un punto de la trayectoria y pidiendo que representen los vectores implicados.

3 Tipos de movimientos

Página 179

17 **Utilizando como referente las gráficas de la página anterior, representa las correspondientes a trayectos de movimientos rectilíneos.**

Las gráficas solicitadas son las siguientes:



18 **Propón un ejemplo cotidiano de cada tipo de movimiento estudiado y representa su trayectoria en un sistema de referencia cartesiano.**

La actividad se plantea para conectar lo estudiado con la vida cotidiana. Algunos ejemplos de movimientos de cada tipo son:

– M.r.u. Un vehículo circulando por carretera recta con celeridad constante; una persona andando en línea recta con paso constante.

– M.r.u.a. Vehículo o persona anteriores acelerando constantemente; caída de un objeto.

– M.r.a. Vehículo o persona anteriores acelerando de forma no constante; movimientos vibratorios.

– M.c.u. Movimiento de satélites; cuerpo atado a una cuerda girando con celeridad constante, CD en régimen estacionario.

– M.c.u.a. Piedra en honda al comenzar a girar; CD al arrancar; rueda de coche al arrancar.

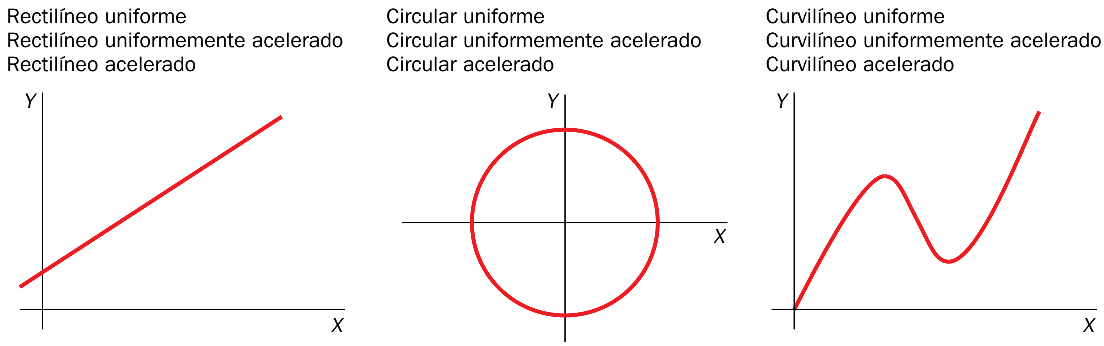
– M.c.a. Rueda de coche que acelera y frena; cuerpo atado a una cuerda que se gira modificando la celeridad de forma aleatoria.

– Curvilíneo uniforme. Vehículo con celeridad constante por carretera sinuosa (y movimientos similares).

– Curvilíneo uniformemente acelerado. Como el caso anterior, pero acelerando de modo constante; tiro parabólico.

– Curvilíneo acelerado. Vuelo de cometa; caída de hoja.

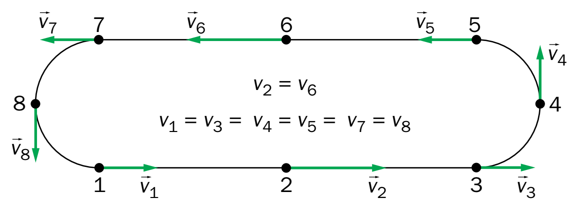
La representación de trayectorias se recoge en las figuras siguientes:



19 **Elige un punto de cada trayectoria de la actividad anterior y representa en él la velocidad, la aceleración y sus componentes intrínsecas.**

La actividad se plantea para acostumbrar al alumnado a la representación de vectores. Las respuestas pueden ser muy diversas, tanto como las trayectorias representadas. Conviene afrontarla consultando la tabla resumen de magnitudes. Es importante resaltar el hecho de que la velocidad solo tiene componente tangencial, por lo que su dirección coincide con la de la componente tangencial de la aceleración. También que la componente normal es perpendicular a las anteriores en cada punto de la trayectoria.

20 **Describe el movimiento de la siguiente figura, y razona qué tipos de movimiento se observan en ella.**



En la figura se observan dos movimientos rectilíneos y dos circulares. En cada uno de los rectilíneos se pueden apreciar dos tramos con aceleración: en el primero, la celeridad aumenta hasta llegar al punto medio de las rectas, a partir del cual comienza a disminuir hasta alcanzar la misma celeridad con la que comenzaron. Los dos circulares son uniformes y se describen con celeridad igual a la final de las rectas. Se observan, pues, los siguientes tipos de movimiento: m.r.u.a. con aceleración positiva al comenzar las rectas, m.r.u.a. con aceleración negativa entre el punto medio de cada una y el final de estas y m.c.u. en las dos curvas.

4 Movimientos rectilíneos

Página 180

Trabaja con la imagen

Describe el movimiento correspondiente a los trazos azules de las gráficas inferiores.

La actividad se plantea para acostumbrar al alumnado a interpretar gráficas del movimiento. En las gráficas, los trazos azules corresponden a un movimiento en el que el móvil se desplaza hacia la izquierda (la posición disminuye con el tiempo). Por ello, la velocidad es negativa, y como se mantiene constante durante el trayecto, el móvil recorre espacios iguales en tiempos iguales con aceleración nula.

En estas explicaciones utilizamos «hacia la derecha» y «hacia la izquierda» pues suponemos que el móvil se mueve en la horizontal y utilizamos el convenio de signos que se acaba de presentar (se podría utilizar «hacia arriba» y «hacia abajo»). Podría ser diferente si se eligiese otro sistema de referencia.

Página 181

21 Analiza las gráficas del ejercicio resuelto 4:

a) ¿Por qué la gráfica *y*-*t* tiene pendiente negativa, y la *e*-*t* la tiene positiva?

b) ¿Se recorren espacios iguales en tiempos iguales?

c) ¿Cuánto vale la aceleración normal? ¿Por qué?

d) ¿Por qué la velocidad es negativa?

e) ¿Dónde se encuentra la gota en t = 60 s? Responde usando la gráfica y la ecuación.

Las respuestas a cada uno de los apartados son las siguientes:

a) En el sistema de referencia en el que se trabaja, la posición disminuye con el tiempo (pendiente negativa). Sin embargo, el espacio recorrido siempre es positivo y aumenta con el tiempo (pendiente positiva).

b) Sí. Una vez alcanzada la velocidad límite, esta se mantiene constante.

c) La aceleración normal es cero, pues se trata de un movimiento rectilíneo.

d) Que la velocidad sea negativa se debe al convenio de signos, en el que movimientos hacia abajo se corresponden con velocidades negativas.

e) En la gráfica se observa que cuando t = 60 s, y = 500 m. Matemáticamente:

$$y = y_0 + v \cdot t = 800\ \text{m} - 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 60\ \text{s} = 500\ \text{m}$$

22 Un vehículo recorre una recta a 108 km/h. Si a las 13:00 pasa por el punto kilométrico 5, ¿cuánto tardará en llegar al punto kilométrico 6? ¿Dónde estará a las 13:05? Representa las gráficas del movimiento.

El tiempo que tarda un vehículo en recorrer 1 000 m (del p.k. 5 al p.k. 6) cuando se mueve a 30 m/s (108 km/h) es:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{1000\ \text{m}}{30\ \text{m/s}} = 33{,}33\ \text{s}$$

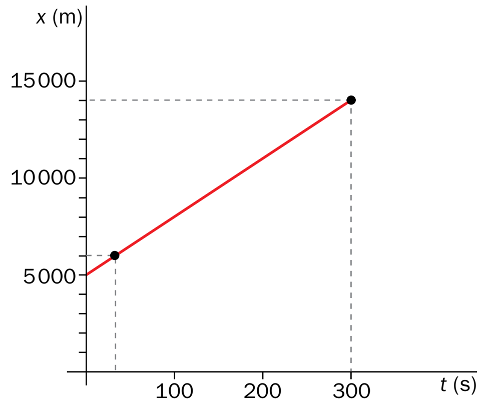
A 30 m/s, en 300 s (5 min) recorre:

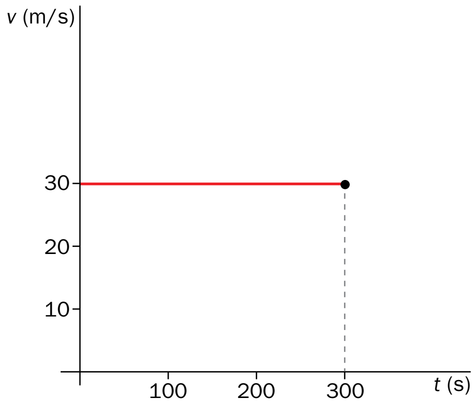
$$\Delta x = v \cdot \Delta t = 30\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 300\ \text{s} = 9\,000\ \text{m}$$

Como x_0 = 5 000 m (p.k. 5), al cabo de este tiempo el vehículo se encuentra en:

$$x = x_0 + \Delta x = 14\,000\ \text{m} \ \rightarrow\ \text{p.k.}\,14$$

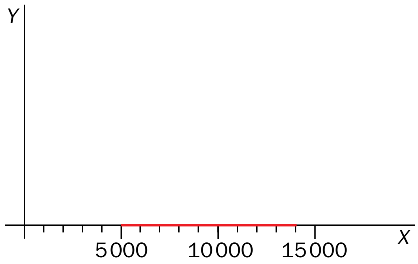
Las gráficas del movimiento son las siguientes:





23 **Representa la trayectoria de la actividad 22 en un sistema de referencia cartesiano, y compárala con la gráfica posición-tiempo.**

En la actividad 22 hemos considerado que el móvil, que describe un m.r.u., se desplaza sobre el eje x. Por tanto, la gráfica de la trayectoria es una recta contenida en este eje, con x_0 = 5 000 m.



Página 182

Trabaja con la imagen

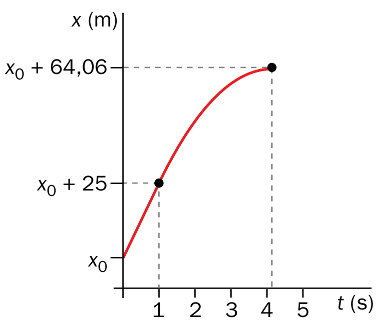
Describe el movimiento correspondiente a los trazos rojos de las gráficas.

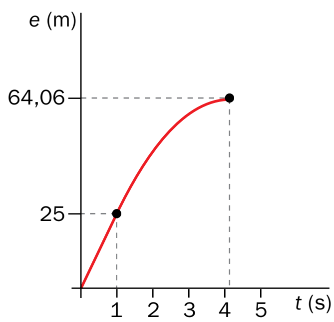
Los trazos rojos corresponden a un movimiento en el que el móvil se mueve hacia la derecha (x_A aumenta con el tiempo), recorriendo distancias cada vez mayores a intervalos de tiempo iguales (la línea se curva hacia arriba), porque va acelerando (v_A va aumentando); por tanto, la aceleración ha de tener el mismo sentido que la velocidad, esto es, signo positivo (como $v_A > 0$, $a_A > 0$).

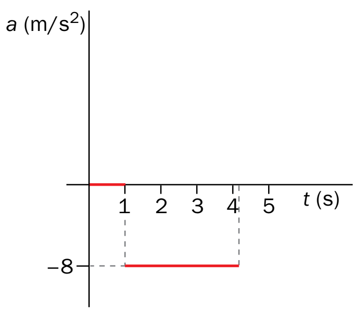
Página 183

24 **Representa las gráficas de posición, espacio recorrido y aceleración en función del tiempo.**

Las gráficas solicitadas, relativas al ejercicio resuelto 5, son las siguientes:







25 **Calcula la celeridad media del trayecto total, y en cada tramo.**

La celeridad media en cada tramo se calcula mediante el cociente entre el espacio recorrido y el tiempo invertido en recorrerlo.

En el primer tramo:

$$c_m\,(\mathrm{I}) = \frac{25\ \mathrm{m}}{1\ \mathrm{s}} \simeq 25\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

En el segundo:

$$c_m\,(\mathrm{II}) = \frac{39{,}06\ \mathrm{m}}{3{,}12\ \mathrm{s}} \simeq 12{,}52\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

La celeridad media en el trayecto total es:

$$c_m = \frac{64{,}06\ \mathrm{m}}{4{,}12\ \mathrm{s}} \simeq 15{,}55\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

26 **El hecho de que la celeridad media tenga ese valor, ¿significa que el coche ha mantenido constante la velocidad durante todo el trayecto?**

No. En cada momento la celeridad puede ser menor, mayor o igual que la celeridad media.

27 **Calcula el espacio que recorre un móvil en 4,12 s si circula por una recta con celeridad constante de 15,55 m/s.**

El espacio recorrido es:

$$e = v \cdot t = 15{,}55\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 4{,}12\ \mathrm{s} = 64{,}07\ \mathrm{m}$$

28 **Basándote en los resultados de las actividades anteriores, explica el significado de la velocidad media en un m.r.u.a.**

En un m.r.u.a., la velocidad media es la velocidad constante a la que debería haber circulado el vehículo para recorrer el mismo espacio en el mismo tiempo. Esta definición, realmente, es independiente del tipo de movimiento.

29 **En la gráfica velocidad-tiempo, representa la celeridad media de cada tramo. En el caso del tramo con m.r.u.a., relaciónala con las celeridades inicial y final.**

En el tramo con m.r.u. la celeridad media coincide con el módulo de la velocidad media, esto es, 25 m/s. En el tramo con m.r.u.a. la celeridad media es la media aritmética de las celeridades inicial y final, relación característica de los m.r.u.a.

Página 185

30 **Calcula la velocidad media en la caída libre del ejercicio resuelto 6, y en la ascensión libre del 7 hasta que alcanza la altura máxima.**

Para el caso de la caída libre:

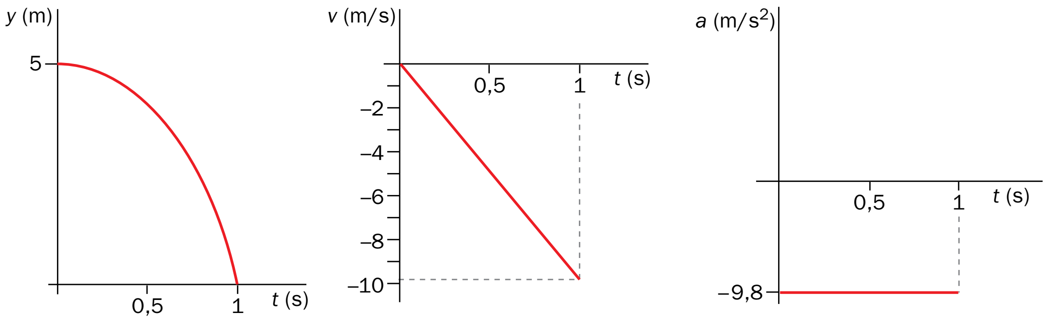
$$v_m = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y - y_0}{t} = \frac{-5\ \mathrm{m}}{1{,}01\ \mathrm{s}} - 4{,}95\ \mathrm{m/s}$$

Para el caso de la ascensión libre:

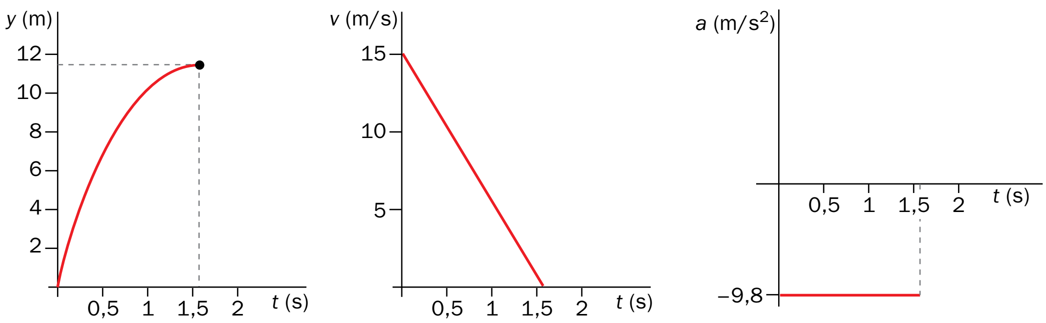
$$v_m = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y - y_0}{t} = \frac{11{,}48\ \mathrm{m}}{1{,}53\ \mathrm{s}} = 7{,}50\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

31 **Representa las gráficas de posición, velocidad y aceleración, en función del tiempo, de los ejercicios resueltos en esta página.**

Las gráficas solicitadas, para el ejercicio resuelto 6, son:



Y para el 7:



32 **Partiendo de las ecuaciones del m.r.u.a., deduce la siguiente expresión para la velocidad media, válida solo para estos movimientos:**

$$\boldsymbol{v_m = \frac{v_0 + v}{2}}$$

De acuerdo con la definición de velocidad media, y las ecuaciones del m.r.u.a.:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_0 \cdot \Delta t + \dfrac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2}{\Delta t} = v_0 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t$$

En un m.r.u.a. la aceleración es constante, de valor:

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad a \cdot \Delta t = v - v_0$$

Sustituyendo esta expresión en la anterior:

$$v_m = v_0 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t = v_0 + \frac{1}{2} \cdot (v - v_0) \quad \rightarrow \quad v_m = \frac{v_0 + v}{2}$$

33 **Comprueba que las ecuaciones del m.r.u.a. son dimensionalmente homogéneas.**

Para las ecuaciones de velocidad y espacio recorrido:

Velocidad:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$\mathrm{L \cdot T^{-1} = L \cdot T^{-1} + L \cdot T^{-2} \cdot T = L \cdot T^{-1}}$$

La ecuación de la velocidad es dimensionalmente homogénea, pues todos los sumandos tienen dimensión de velocidad.

Espacio:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$\mathrm{L} = \mathrm{L} + \mathrm{L} \cdot \mathrm{T}^{-1} \cdot \mathrm{T} + \mathrm{L} \cdot \mathrm{T}^{-2} \cdot \mathrm{T}^2 = \mathrm{L}$$

La ecuación del espacio recorrido también es dimensionalmente homogénea, pues todos los sumandos tienen dimensión de longitud.

5 Movimientos circulares

Página 187

34 A partir de la definición de velocidad angular, indica al menos tres unidades en las que se podría expresar, entre ellas la correspondiente al SI.

Serviría cualquier unidad de medida de ángulos (°, ′, ″, rad, vuelta, revolución) dividida entre cualquier unidad de tiempo. La unidad SI es el radián partido por segundo (rad/s).

35 Justifica que el ángulo que corresponde a una revolución o vuelta completa es de $2 \cdot \pi$ rad, y que 1 rad $\simeq$ 57,3°.

De la definición de radián, como ángulo para el que se verifica que el arco es igual al radio, se deduce que cuando el arco es la longitud de la circunferencia ($L = 2 \cdot \pi \cdot R$), el ángulo es $2 \cdot \pi$ rad ($\Delta\phi = L/R$). En base a esto, y teniendo en cuenta que una circunferencia tiene 360°, el valor de 1 rad en grados es:

$$\frac{2 \cdot \pi \text{ rad}}{360°} = \frac{1 \text{ rad}}{x} \rightarrow 1 \text{ rad} = 57,3°$$

36 La distancia media entre el centro de la Tierra y el de la Luna es de 384 000 km. Suponiendo que la Luna describe un movimiento circular alrededor del centro de la Tierra, y que tarda aproximadamente 28 días en completar una vuelta, ¿con qué velocidad media se desplaza el satélite?

En primer lugar, recomendamos advertir al alumnado de que en este ejercicio se utiliza el término «velocidad media» como sinónimo de «celeridad media». Es algo frecuente en la vida cotidiana, aunque no correcto en términos estrictos del vocabulario científico. Aclarado esto, la celeridad media es:

$$c_m = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{\Delta t} = 997,33 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

37 ¿Cómo crees que se define la aceleración angular media? ¿Cuál será su ecuación dimensional? ¿Y su unidad SI?

La aceleración angular media se define como la variación de la velocidad angular en la unidad de tiempo. Matemáticamente:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0}$$

La ecuación dimensional es:

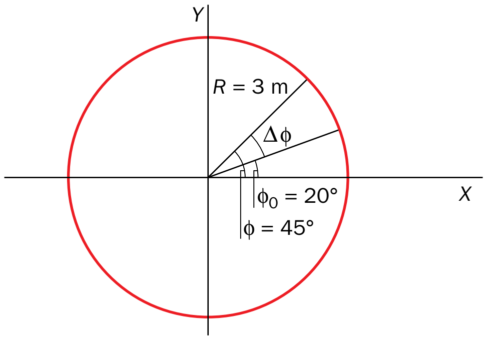
$$[\alpha] = \frac{[\omega]}{[t]} = \frac{\mathrm{T}^{-1}}{\mathrm{T}} = \mathrm{T}^{-2}$$

La unidad en el SI es el rad/s^2.

38 **En la imagen siguiente se representa un trayecto de movimiento circular que se describe en 2 segundos. A partir de ella, calcula:**

a) La velocidad media.

b) La velocidad angular media, en rpm.



En primer lugar, se calcula la velocidad angular media:

$$\omega_m = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{25° \cdot \dfrac{\pi \cdot \text{rad}}{180°}}{2 \text{ s}} = 0{,}22 \ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{60 \ \dfrac{\text{s}}{\text{min}}}{2 \cdot \pi \ \dfrac{\text{rad}}{\text{rev}}} = 2{,}1 \text{ rpm}$$

A partir de este resultado, conocido el radio de la circunferencia, se calcula la velocidad (celeridad) media:

$$c_m = \omega_m \cdot R = 0{,}66 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Página 188

Trabaja con la imagen

Describe el movimiento correspondiente a los trazos azules de las gráficas.

Los trazos azules corresponden a un m.c.u. en el que la posición angular disminuye ($\phi_1 < \phi_0$, giro horario), el ángulo barrido es negativo ($\Delta\phi = \phi_1 - \phi_0 < 0$) y, por tanto, la velocidad angular es negativa ($\omega_2 = \Delta\phi/\Delta t < 0$). Como la variación de posición es la misma para intervalos de tiempo iguales, la velocidad angular es constante ($\omega = \omega_2$).

Página 189

39 **La ecuación de dimensiones de la velocidad angular coincide con la de la frecuencia. ¿Significa esto que se trata de la misma magnitud? Razona tu respuesta.**

Las ecuaciones de dimensiones de ambas magnitudes coinciden porque el radián es una magnitud adimensional. No obstante, son magnitudes distintas, aunque muy relacionadas, pues la velocidad angular nos informa del **ángulo barrido** en la unidad de tiempo, y la frecuencia, del **número de vueltas** que el móvil completa en la unidad de tiempo.

40 **La distancia media Tierra-Sol es de una unidad astronómica (1 UA = 1,5 · 10^8 km). Calcula las velocidades angular y lineal del planeta.**

En esta actividad hay un dato que no se proporciona: el período del movimiento, *T*, que consideraremos igual a 365 días, o 31 536 000 s. Considerando un m.c.u., la velocidad angular del movimiento del planeta es:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{31\,536\,000 \text{ s}} = 2 \cdot 10^{-7} \ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Con este valor de la velocidad angular y el del radio de la trayectoria (R = 1,5 · 10^{11} m), la velocidad lineal es:

$$v = \omega \cdot R = 2 \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11}\ \text{m} = 3 \cdot 10^{4}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

41 **Los LP de vinilo giran a 33 rpm. Calcula el período y la frecuencia de giro, y la velocidad lineal, de un punto que se encuentra a 10 cm del centro.**

En primer lugar expresamos la velocidad angular en unidades del SI:

$$\omega = 33\ \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{2 \cdot \pi\ \text{rad}}{1\ \text{rev}} \cdot \frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}} = 3{,}46\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

El período se obtiene a partir de su relación con la velocidad angular, y la frecuencia a partir de aquel:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad ; \quad T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \frac{2 \cdot \pi\ \text{rad}}{3{,}46\ \text{rad/s}} \simeq 1{,}82\ \text{s} \quad ; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1{,}82\ \text{s}} = 0{,}55\ \text{Hz}$$

La velocidad lineal de un punto situado a r = 10 cm (0,1 m) del centro es:

$$v = \omega \cdot r = 3{,}46\ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0{,}1\ \text{m} \simeq 0{,}35\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

42 **En algunos textos se define el m.c.u. como «aquel en el que la velocidad se mantiene constante». ¿Es esto cierto? ¿Por qué?**

La expresión no es correcta desde un punto de vista científico, pues realmente lo que se mantiene constante es la celeridad, ya que la dirección de la velocidad varía constantemente. No obstante, en la vida cotidiana los términos «velocidad» y «celeridad» se utilizan como sinónimos, por lo que podría usarse la expresión siempre que se sea consciente del contexto en el que se habla, o bien se aclare que se está utilizando «velocidad» como sinónimo de «celeridad».

6 Interpretación de representaciones gráficas

Página 191

43 **A partir de la gráfica *v-t* del ejercicio resuelto 10, ¿se puede deducir sin operaciones que el móvil no cambia de sentido? Razona tu respuesta.**

Sí se puede deducir, pues en la gráfica no se observan velocidades negativas.

44 **En el ejercicio resuelto 10, ¿coincide la celeridad media con el módulo de la velocidad media? Argumenta tu respuesta.**

Al tratarse de un movimiento rectilíneo sin cambio de sentido, el módulo del vector desplazamiento coincide con el espacio recorrido. Por tanto, la celeridad media coincide con el módulo de la velocidad media.

45 **Calcula c_m y v_m para el trayecto total del ejercicio resuelto 11.**

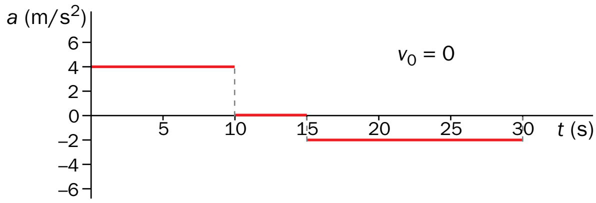
Para calcular el módulo de la velocidad media se tiene en cuenta el módulo del vector desplazamiento:

$$v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{150\ \text{m}}{35\ \text{s}} \simeq 4{,}29\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para la celeridad media se tiene en cuenta el espacio recorrido:

$$c_m = \frac{e}{\Delta t} = \frac{350 \text{ m}}{35 \text{ s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

46 **Calcula, a partir de la gráfica siguiente, las celeridades final y media del trayecto rectilíneo.**



Se procede a calcular la celeridad final y el espacio recorrido en cada tramo, teniendo en cuenta que la celeridad final de un tramo es la inicial del siguiente.

Tramo 1 (unidades SI):

$$v = v_0 + a \cdot t = 4 \cdot 10 = 40 \text{ m/s}$$

$$e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 100 = 200 \text{ m}$$

Tramo 2 (unidades SI):

$$e = v \cdot t = 40 \cdot 5 = 200 \text{ m}$$

Tramo 3 (unidades SI):

$$v = v_0 + a \cdot t = 40 - 2 \cdot 15 = 10 \text{ m/s}$$

$$e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 40 \cdot 15 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 225 = 375 \text{ m}$$

La celeridad final del recorrido es la final del tramo 3, y la celeridad media se calcula dividiendo el espacio recorrido (775 m) entre el tiempo invertido (30 s). Por tanto:

$$v = 10 \text{ m/s}$$

$$c_m = \frac{e}{\Delta t} = \frac{775 \text{ m}}{30 \text{ s}} = 25{,}83 \text{ m/s}$$

TIC. Hojas de cálculo para estudio de movimientos

Página 194

1 **Representa con la hoja de cálculo la gráfica h_0-t.**

Para representar la gráfica solicitada se procede como sigue:

a) En cualquier celda de la hoja se inserta una gráfica de dispersión con líneas suavizadas y marcadores (menú Insertar → Gráficos).

b) Con el botón derecho, se pulsa sobre el área del gráfico y se selecciona «Seleccionar datos».

c) En «Entrada de leyenda», seleccionar «Agregar».

d) En «Valores X de la serie», se introducen los valores de tiempo (pulsando sobre el cuadro derecho de la celda y seleccionando las celdas de la hoja correspondientes a las medias de tiempo).

e) En «Valores Y de la serie» se introducen los valores de altura (igual que antes, pero con los datos de altura).

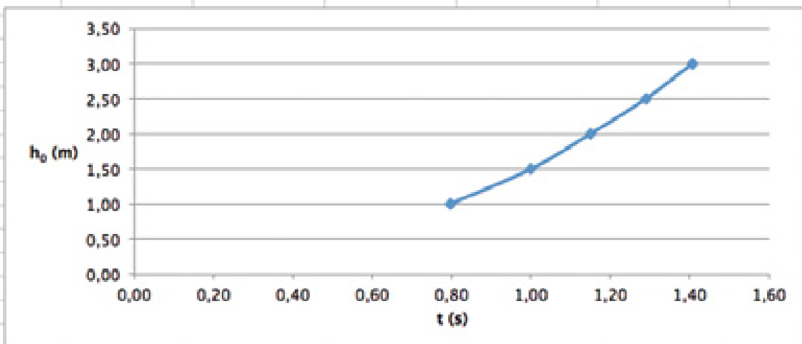
f) Finalmente, se añaden títulos a los ejes (en Herramientas de gráficos → Presentación).

2 **Lo importante de la hoja de cálculo es que, si modificas los datos, automáticamente cambia el contenido de las celdas con fórmulas. Pruébalo con los datos de la siguiente tabla, y determina la aceleración del movimiento.**

Δs (m)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)
1,00	0,82	0,80	0,77
1,50	0,97	1,02	1,01
2,00	1,16	1,12	1,17
2,50	1,31	1,29	1,27
3,00	1,45	1,39	1,38

Al cambiar los datos por los del enunciado, la hoja de cálculo actualiza automáticamente los cálculos y la gráfica. El resultado se recoge en la imagen siguiente:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	h_0 (m)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	<t> (s)	Δt (s)	a (m/s²)	
2	1,00	0,82	0,80	0,77	0,80	0,01453	3,15	
3	1,50	0,97	1,02	1,01	1,00	0,01528	3,00	
4	2,00	1,16	1,12	1,17	1,15	0,01528	3,02	
5	2,50	1,31	1,29	1,27	1,29	0,01155	3,00	
6	3,00	1,45	1,39	1,38	1,41	0,02186	3,03	
7							3,04	

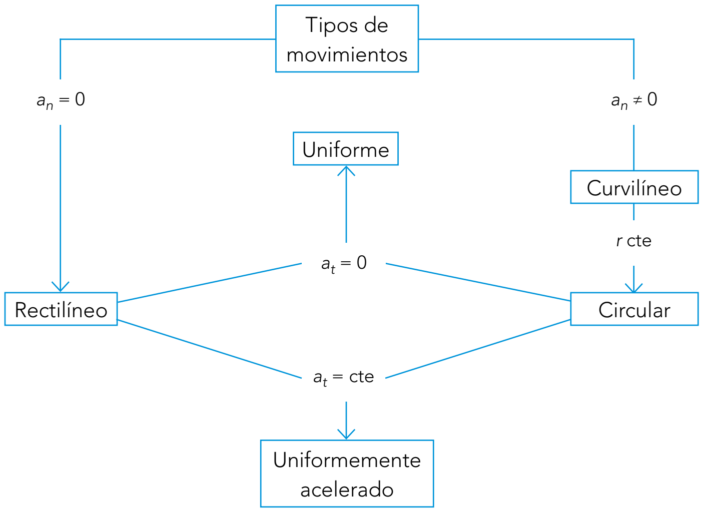


Taller de ciencias

Página 196

Organizo las ideas

El mapa debe ser completado de esta forma:



Trabajo práctico

Página 197

1 **Elabora un informe científico, que contenga tablas de datos y gráficas, sobre la práctica realizada.**

El informe debe seguir la estructura presentada en el epígrafe 5 de la unidad inicial del libro.

2 **En qué casos los errores cometidos son mayores, ¿en las distancias cortas, o en las largas? ¿A qué crees que puede deberse?**

Los errores suelen ser mayores en las distancias cortas debido al tiempo de reacción a la hora de poner en marcha el cronómetro y pararlo.

3 **Compara los errores cometidos, a igualdad de distancia, con los de otros compañeros o compañeras que hayan inclinado el tablero más, o menos, de lo que tú lo has hecho. ¿En qué caso son mayores? ¿Cómo podrías explicarlo?**

A igualdad de distancias, los errores suelen ser mayores para inclinaciones grandes, por los motivos expuestos en la actividad anterior.

4 **Busca información sobre los experimentos realizados por Galileo con planos inclinados, y explica por qué decidió trabajar con estos planos para estudiar lo que él denominaba la caída de graves (caída libre).**

Galileo decidió trabajar con planos inclinados para aumentar los tiempos, pues en la caída libre son pequeños y los errores cometidos aumentan.

5 **Añade en el informe un apartado de «Reflexiones finales» con las conclusiones a las que hayas llegado en las tres últimas actividades.**

Respuesta abierta, en la que debe resumirse lo relativo a los errores en la medida de tiempos. Se puede concluir argumentando la necesidad de realizar más de tres medidas para minimizar los errores.

Trabaja con lo aprendido

Página 198

Sistema de referencia

1 **Pon algún ejemplo, diferente al del texto, en el que un objeto esté en reposo para un observador y en movimiento para otro.**

Se pueden encontrar multitud de ejemplos, todos basados en el movimiento relativo de los sistemas de referencia considerados.

2 **Si en un sistema de referencia cartesiano la posición de un objeto viene dada por las coordenadas (–2, 5), ¿cuáles serían estas en otro sistema de referencia cuyo origen, *O*′, se sitúa en el punto (1, 3) del anterior?**

Al desplazar el origen del sistema una posición hacia la derecha y tres hacia arriba, las coordenadas del punto se ven afectadas en estas cantidades, por lo que pasan a ser (–3, 2).

3 **Enumera algunos ejemplos de movimiento rectilíneo, y otros tantos de movimiento curvilíneo, de entre los que puedes observar en tu entorno. Descríbelos mediante un dibujo, indicando el sistema de referencia que has utilizado.**

Respuesta abierta, que depende del movimiento elegido. Es importante prestar atención al sistema de referencia elegido. Si es posible, comparar las respuestas de alumnos que, ante el mismo movimiento, hayan elegido sistemas de referencia distintos.

4 **En relación con la actividad anterior, ¿se te ocurre algún sistema de referencia en el que las trayectorias fuesen distintas?**

La intención de esta actividad es mostrar al alumnado que la trayectoria depende del sistema de referencia. Por ejemplo, el movimiento de una barquilla de noria es circular si se mira de frente, ovalado si se mira con cierto ángulo, y vibratorio si se hace de perfil.

5 **¿Cómo se vería «de perfil» una trayectoria circular? Responde con un dibujo.**

Se vería rectilínea, y el móvil describiría movimientos ascendentes y descendentes sucesivos.

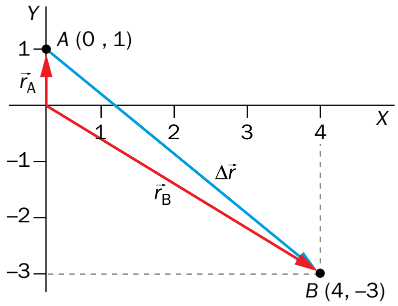
Magnitudes del movimiento

6 **Explica por qué se necesitan magnitudes vectoriales para el estudio del movimiento.**

Los movimientos se pueden producir en direcciones distintas, y dentro de cada una en sentidos distintos. De ahí que se necesiten magnitudes vectoriales para describirlos.

7 **Un móvil parte de la posición (0, 1) y se desplaza hasta la posición (4, –3). Dibuja los vectores posición inicial y final, y el vector desplazamiento.**

Los vectores solicitados son los siguientes:



8 **A partir del dibujo de la actividad anterior, representa otros cuatro con trayectorias que cumplan las siguientes condiciones:**

a) El módulo del vector desplazamiento es igual al espacio recorrido.

b) El módulo del vector desplazamiento es menor que el espacio recorrido.

c) El módulo del vector desplazamiento es mayor que el espacio recorrido.

d) Trayectoria rectilínea, y el módulo del vector desplazamiento menor que el espacio recorrido.

Algunas trayectorias que cumplen las condiciones de cada apartado son:

a) Trayecto rectilíneo sin cambio de sentido.

b) Trayecto curvilíneo.

c) No es posible.

d) Trayecto rectilíneo con cambio de sentido.

9 **El espacio recorrido, ¿es una magnitud escalar o vectorial? ¿Y la velocidad media?**

El espacio recorrido es una magnitud escalar, pues se trata de una distancia medida sobre la trayectoria. La velocidad media es vectorial, pues resulta de dividir un vector (el vector desplazamiento) entre un escalar (el tiempo invertido en pasar de la posición inicial a la final).

10 **¿Es igual hablar de velocidad media que de celeridad media? ¿Cómo se relacionan?**

No, pues la celeridad media se calcula a partir del espacio recorrido, y la velocidad media a partir del vector desplazamiento. La primera, pues, es una magnitud escalar, y la segunda, vectorial. En movimientos rectilíneos sin cambio de sentido, la celeridad media coincide con el módulo de la velocidad media.

11 **Argumenta la veracidad o falsedad de la siguiente frase: «En todo movimiento rectilíneo, la celeridad media es igual al módulo de la velocidad media».**

Falso. Solo ocurre en movimientos rectilíneos sin cambio de sentido.

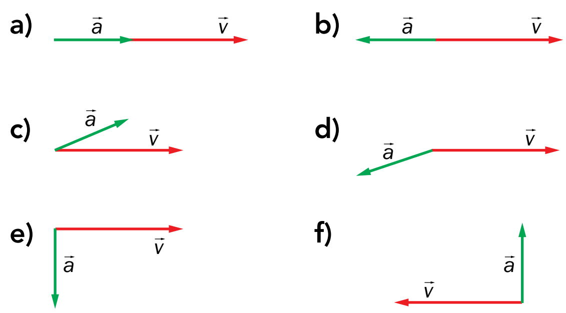
12 **En un viaje tardas dos horas y media en recorrer 300 km. Con estos datos, ¿se puede calcular la velocidad media? ¿Y la celeridad media? Calcula lo que puedas y exprésalo en unidades SI.**

Con los datos proporcionados se puede calcular la celeridad media:

$$c_m = \frac{e}{\Delta t} = \frac{300\ \text{km}}{2{,}5\ \text{h}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \cdot \frac{1\ \text{h}}{3\,600\ \text{s}} \simeq 33{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para calcular la velocidad media se debería conocer la forma de la trayectoria para poder determinar las posiciones inicial y final.

13 **Argumenta, en los siguientes diagramas de vectores, si la celeridad aumenta o disminuye, y si la velocidad cambia o no de dirección. En caso de que ocurra esto último, indica si el móvil se dirigirá hacia arriba o hacia abajo:**



Caso	Celeridad	Dirección
a)	Aumenta	No varía
b)	Disminuye	No varía
c)	Aumenta	Hacia arriba
d)	Disminuye	Hacia abajo
e)	No varía	Hacia abajo
f)	No varía	Hacia arriba

Tipos de movimientos

14 **Razona la veracidad o la falsedad de las siguientes afirmaciones:**

a) En un movimiento rectilíneo, la componente normal de la aceleración es nula.

b) Si la aceleración normal es constante, el movimiento es circular.

c) Cuando la aceleración tangencial es cero, el movimiento es rectilíneo.

d) En un m.c.u., la aceleración es cero.

Los argumentos son los siguientes:

a) Verdadero, pues que la aceleración normal sea nula significa que la dirección de la velocidad no varía, y el movimiento es rectilíneo.

b) Falso. Para que el movimiento sea circular lo que tiene que permanecer constante es el radio de la trayectoria.

c) Falso. Si la aceleración tangencial es cero lo que no varía es la celeridad, pero puede hacerlo la dirección de la velocidad.

d) Falso. En un m.c.u. es cero la componente tangencial de la aceleración, pero no la componente normal.

Movimientos rectilíneos

15 **Una moto circula por una recta a 100 km/h. Si mantiene la celeridad constante, ¿cuánto tardará en recorrer 0,5 km? ¿Qué espacio recorrerá en 10 s? Expresa los resultados en unidades SI.**

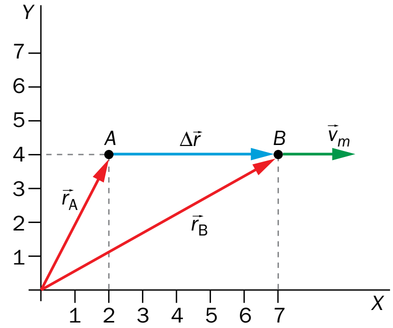
Se trata de un m.r.u. con celeridad 100 km/h (27,78 m/s). Por tanto:

$$e = 0{,}5\ \text{km} = 500\ \text{m} \ \rightarrow \ t = \frac{e}{v} = \frac{500\ \text{m}}{27{,}78\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} \simeq 18\ \text{s}$$

$$t = 10\ \text{s} \ \rightarrow \ e = v \cdot t = 27{,}78\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10\ \text{s} = 277{,}8\ \text{m}$$

16 **Un móvil se desplaza con m.r.u. desde la posición (2, 4) hasta la (7, 4) en 5 s. Representa la trayectoria y el vector velocidad media, y calcula el módulo de este último. ¿Coincide, en este caso, con la celeridad media?**

La gráfica de la trayectoria y la velocidad media es la siguiente:

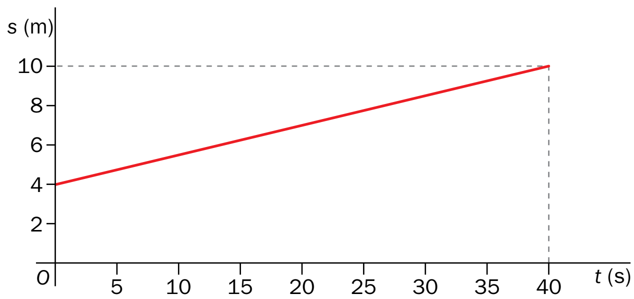


Como se trata de un m.r.u. sin cambio de sentido, la celeridad media coincide con el módulo de la velocidad media, de valor:

$$v_m = c_m = \frac{e}{\Delta t} = \frac{5\ \text{m}}{5\ \text{s}} = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Página 199

17 **A partir de la siguiente gráfica posición-tiempo, determina la celeridad del movimiento. De continuar con este movimiento, ¿en qué posición se encontraría el móvil en *t* = 100 s? ¿Qué espacio habría recorrido en ese tiempo?**



De la gráfica se obtiene que el móvil recorre 6 m (s_0 = 4 m → *s* = 10 m) en 40 s. La velocidad es, pues:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{6\ \text{m}}{40\ \text{s}} = 0{,}15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

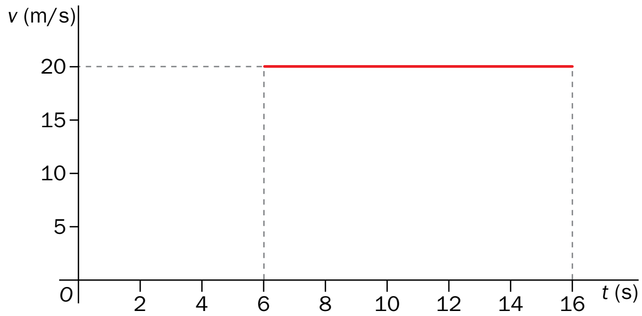
La posición en t = 100 s en ese tiempo valdría:

$$s = s_0 + v \cdot t = 4 \text{ m} + 0,15 \ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 100 \text{ s} = 19 \text{ m}$$

El espacio recorrido, Δs, es:

$$\Delta s = s - s_0 = 19 \text{ m} - 4 \text{ m} = 15 \text{ m}$$

18 **A partir de la siguiente gráfica velocidad-tiempo, determina el espacio que recorre el móvil durante el trayecto representado, y en qué instante pasaría por el punto medio. Con los datos disponibles, ¿se podría conocer la posición del móvil en cualquiera de esos instantes? Razona tu respuesta.**



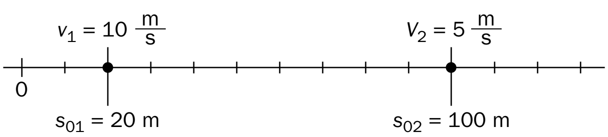
Durante 10 s (desde t = 6 s hasta t = 16 s) el móvil se desplaza a 20 m/s. El espacio recorrido en este tiempo es:

$$e = v \cdot t = 20 \ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10 \text{ s} = 200 \text{ m}$$

Al tratarse de un movimiento uniforme, el móvil recorre espacios iguales en tiempos iguales, y pasa por el punto medio del trayecto en el instante medio del intervalo de tiempo, esto es, a los 5 s de comenzar a estudiar el movimiento (t = 11 s).

Con los datos disponibles no se podría conocer la posición del móvil en cualquier instante de tiempo, pues no se conoce la posición de partida.

19 **La siguiente imagen muestra las posiciones iniciales y celeridades de dos móviles que describen sendos m.r.u.:**



A partir de ella, determina los lugares e instantes en que los móviles ocupan la misma posición si…

a) **… los dos se desplazan hacia la derecha.**

b) **… los dos se desplazan hacia la izquierda.**

c) **… el 1 se desplaza hacia la derecha, y el 2, hacia la izquierda.**

Se trata de dos m.r.u., de ecuaciones:

$$s_1 = s_0 + v_1 \cdot t = 20 \text{ m} + v_1 \cdot t$$

$$s_2 = s_{02} + v_2 \cdot t = 100 \text{ m} + v_2 \cdot t$$

Los dos móviles coinciden cuando $s_1 = s_2$:

$$20\ \text{m} + v_1 \cdot t = 100\ \text{m} + v_2 \cdot t$$

$$t = \frac{80\ \text{m}}{v_1 - v_2}$$

Teniendo en cuenta el convenio de signos, se resuelve esta ecuación en los tres casos:

a) $v_1 = 10\ \text{m/s}$ y $v_2 = 5\ \text{m/s}$

$$t = \frac{80\ \text{m}}{5\ \text{m/s}} = 16\ \text{s} \rightarrow s_1 = s_2 = 180\ \text{m}$$

b) $v_1 = –10\ \text{m/s}$ y $v_2 = –5\ \text{m/s}$

$$t = \frac{80\ \text{m}}{–15\ \text{m/s}} = –5{,}33\ \text{s} \rightarrow \text{Nunca coinciden}$$

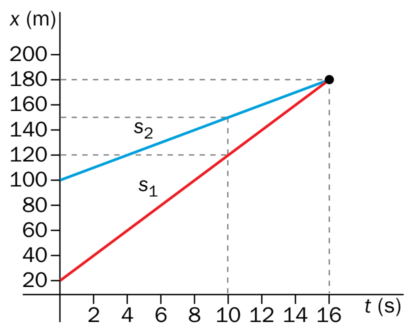
c) $v_1 = 10\ \text{m/s}$ y $v_2 = –5\ \text{m/s}$

$$t = \frac{80\ \text{m}}{15\ \text{m/s}} = 5{,}33\ \text{s} \rightarrow s_1 = s_2 = 73{,}3\ \text{m}$$

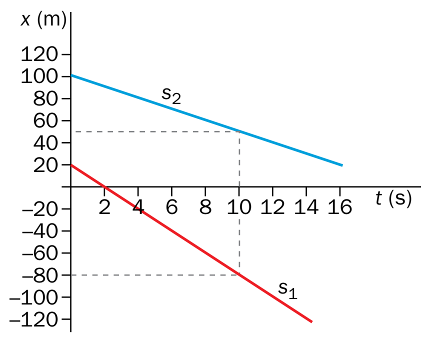
20 **Resuelve la actividad anterior de modo gráfico (si lo necesitas, repasa el ejercicio resuelto en el último epígrafe de la unidad, en el apartado de orientaciones para la resolución de problemas).**

Para resolverlo de modo gráfico hay que representar las posiciones de los móviles en función del tiempo y localizar el punto de corte. Las ecuaciones y gráficas en cada caso son, en unidades del SI:

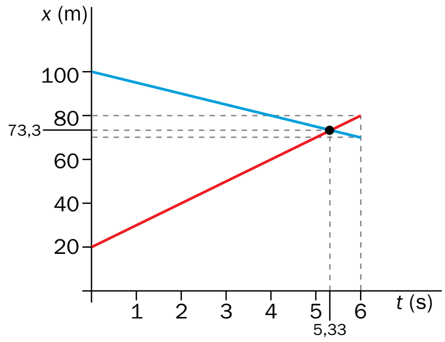
a) $s_1 = 20 + 10 \cdot t$; $s_2 = 100 + 5 \cdot t$



b) $s_1 = 20 – 10 \cdot t$; $s_2 = 100 – 5 \cdot t$



c) $s_1 = 20 + 10 \cdot t$; $s_2 = 100 - 5 \cdot t$



21 **Si una celeridad constante de 2 m/s significa que el móvil recorre 2 m cada segundo, ¿qué significa una aceleración constante de 2 m/s^2?**

Una aceleración constante de 2 m/s^2 significa que la velocidad aumenta 2 m/s cada segundo.

22 **Demuestra que las ecuaciones del m.r.u. se pueden obtener a partir de las del m.r.u.a., imponiendo la condición de que la aceleración sea cero.**

Las ecuaciones del m.r.u.a. son las siguientes:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Si en estas ecuaciones hacemos $a = 0$ queda:

$$v = v_0 \quad \rightarrow \quad v \text{ constante}$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t$$

Que corresponden a las ecuaciones del m.r.u.

23 **En 2013, en el circuito de Montmeló, el coche de Fernando Alonso alcanzó 287 km/h en 11 s, partiendo del reposo. Suponiendo un m.r.u.a., ¿qué espacio recorrió en ese tiempo? ¿Cuánto tardó en recorrer la primera mitad? ¿Qué velocidad llevaba en ese instante? Representa las gráficas del movimiento.**

Se trata de un m.r.u.a., de ecuaciones:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Partiendo del reposo (v_0 = 0), el coche alcanzó 287 km/h (79,72 m/s) en 11 s. La aceleración fue (en unidades del SI):

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{79{,}72}{11} = 7{,}25 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

El espacio recorrido en ese tiempo fue (unidades SI):

$$\Delta s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 7{,}25 \cdot 11^2 = 438{,}63 \text{ m}$$

En recorrer la primera mitad (v_0 = 0 y Δs = 219,31 m) se invirtió un tiempo (unidades SI):

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 219{,}32}{7{,}25}} = 7{,}78 \text{ s}$$

En ese instante, la velocidad era (unidades SI):

$$v = a \cdot t = 7{,}25 \cdot 7{,}78 = 56{,}41\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

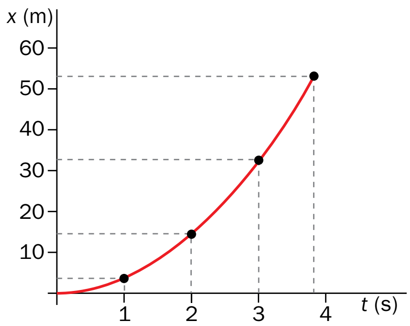
24 **¿Qué tiempo tarda el coche de la actividad anterior en pasar de 0 a 100 km/h? ¿Qué espacio recorre durante ese tiempo? Representa el resultado que obtengas en la gráfica posición–tiempo.**

Con la aceleración obtenida en la actividad anterior, el tiempo invertido en pasar de 0 a 100 km/h (27,78 m/s) es (unidades SI):

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{27{,}78}{7{,}25} = 3{,}83\ \text{s}$$

En ese instante, el espacio recorrido es (unidades SI):

$$\Delta s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 7{,}25 \cdot 3{,}83^2 = 53{,}17\ \text{m}$$



25 **Desde un balcón, a 30 m de altura, se cae un objeto. ¿Cuánto tarda en llegar al suelo? ¿Con qué celeridad impacta?**

Se trata de una caída libre, de ecuaciones:

$$v = -g \cdot t$$

$$y = y_0 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

En impactar con el suelo (y = 0) invierte un tiempo (unidades SI):

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot y_0}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30}{9{,}8}} = 2{,}47\ \text{s}$$

La velocidad en ese instante es (unidades SI):

$$v = -g \cdot t = -9{,}8 \cdot 2{,}47 = -24{,}21\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El signo negativo significa que el sentido es descendente. La celeridad, o módulo de la velocidad, tiene el mismo valor, pero positivo.

26 **Desde un acantilado de 60 m se lanza un objeto, verticalmente hacia arriba, a 10 m/s. ¿Cuánto tardará en llegar a la base del acantilado?**

Se trata de un ascensión libre con velocidad inicial v_0 = 10 m/s y altura inicial y_0 = 60 m. La ecuación de posición del movimiento es:

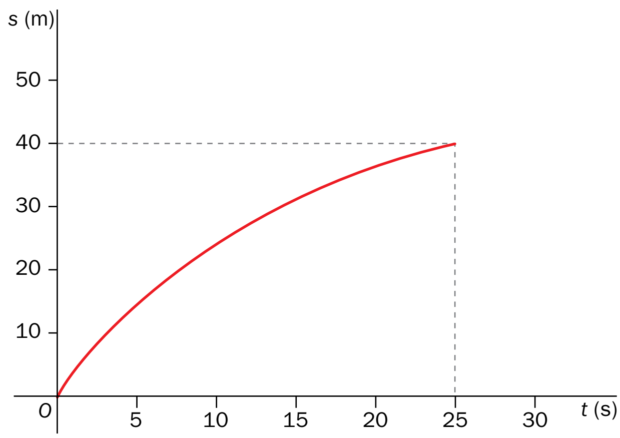
$$y = y_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Cuando impacta con el suelo, la posición es y = 0, por lo que (unidades SI):

$$0 = 60 + 10 \cdot t - 4{,}0 \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} t = -2{,}62\ \text{s} \\ t = 4{,}67\ \text{s} \end{cases}$$

Se toma el valor positivo del tiempo.

27 **A partir de la siguiente gráfica posición-tiempo de un m.r.u.a., determina la celeridad media y la aceleración del movimiento.**



FE DE ERRATAS. En la primera edición del libro del alumnado se indicaba en el enunciado que el móvil parte del reposo, lo que es erróneo.

En la gráfica se observa que el móvil recorre 40 m en 25 s. La celeridad media es (unidades SI):

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{40}{25} = 1{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para calcular la aceleración necesitaríamos conocer el valor de la velocidad inicial del movimiento (el móvil no parte del reposo porque en la gráfica se observa que es un movimiento de frenado, ya que se recorre cada vez menos distancia a intervalos iguales de tiempo), para poder sustituir en la ecuación del espacio recorrido y despejar el valor de la aceleración:

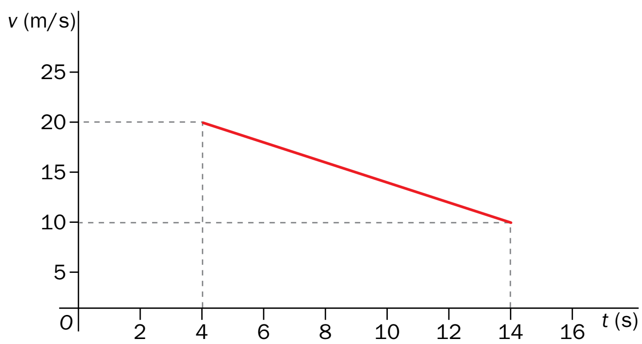
$$\Delta s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

También podríamos obtener el valor de la velocidad inicial si conociésemos la velocidad final del tramo (tampoco es nula, ya que la pendiente de la curva en ese punto no es horizontal), utilizando el valor calculado para la celeridad media.

Lo que sí podemos deducir de la forma de la gráfica es que la aceleración es negativa, pues el móvil recorre cada vez menos espacio a intervalos iguales de tiempo, por lo que se trata de un movimiento de frenado.

Página 200

28 **A partir de la siguiente gráfica de un m.r.u.a., determina el espacio que recorre el móvil en el trayecto representado.**



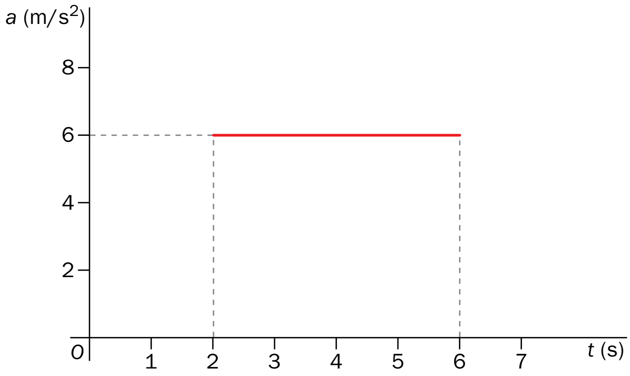
En la gráfica se observa que la celeridad se reduce de 20 m/s a 10 m/s en 10 s. La aceleración es (unidades SI):

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{-10}{10} = -1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Con este valor de la aceleración, y los datos anteriores, el espacio que recorre en ese intervalo es (unidades SI):

$$\Delta s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 20 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^2 = 150\ \text{m}$$

29 **Se empieza a estudiar un m.r.u.a. cuando la celeridad del móvil es de 90 km/h. A partir de la siguiente gráfica, calcula la celeridad al final de trayecto, expresada en unidades SI.**



La gráfica muestra una aceleración constante de 6 m/s^2 durante 4 s. Como la celeridad inicial del móvil es 90 km/h (25 m/s), la final del trayecto es (unidades SI):

$$v = v_0 + a \cdot t = 25 + 6 \cdot 4 = 49\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

30 **Según la DGT, el tiempo de reacción ante una frenada de emergencia oscila entre 1 s y 1,5 s. Por su parte, la aceleración de un coche de gama media, en buenas condiciones de asfalto, frenos y neumáticos, ronda los 7 m/s^2. Calcula, en estas condiciones, la distancia de detención (espacio necesario para detenerse) para los dos valores extremos del tiempo de reacción si el coche circula a…**

a) **… 60 km/h.**

b) **… 120 km/h.**

Para calcular la distancia de detención se han de tener en cuenta dos tipos de movimiento. Durante el tiempo de reacción, el vehículo se mueve con m.r.u., y desde que se pisa el freno, con m.r.u.a. Así, si utilizamos subíndice «*r*» para el intervalo de reacción, y «*f*» para el de frenado, el espacio recorrido antes de detener el vehículo es:

$$\Delta s = v_0 \cdot t_r + v_0 \cdot t_f + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_f^2$$

El tiempo de frenado se calcula a partir de la ecuación de velocidad del m.r.u.a., con velocidad final nula:

$$v = v_0 + a \cdot t_f \quad \rightarrow \quad t_f = \frac{-v_0}{a}$$

Con estos datos, y los proporcionados en el enunciado para el tiempo de reacción, las distancias de detención son, en cada caso:

a) v_0 = 60 km/h = 16,67 m/s (unidades SI):

$$t_f = \frac{-16,67}{-7} = 2,38 \text{ s}$$

$$t_r = 1 \text{ s} \rightarrow \Delta s = 16,67 \cdot 1 + 16,67 \cdot 2,38 - \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 2,38^2 = 36,52 \text{ m}$$

$$t_r = 1,5 \text{ s} \rightarrow \Delta s = 16,67 \cdot 1,5 + 16,67 \cdot 2,38 - \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 2,38^2 = 44,85 \text{ m}$$

b) v_0 = 120 km/h = 33,33 m/s

$$t_f = \frac{-33,33}{-7} = 4,76 \text{ s}$$

$$t_r = 1 \text{ s} \rightarrow \Delta s = 33,33 \cdot 1 + 33,33 \cdot 4,76 - \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 4,76^2 = 112,68 \text{ m}$$

$$t_r = 1,5 \text{ s} \rightarrow \Delta s = 33,33 \cdot 1,5 + 33,33 \cdot 4,76 - \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 4,76^2 = 129,35 \text{ m}$$

31 **En el siguiente relato, identifica las etapas del método científico:**

En muchas ocasiones, habrás observado que no todos los cuerpos caen con la misma rapidez. Así, si dejamos caer desde la misma altura una pluma y una piedra, la piedra llegará antes al suelo.

En el siglo IV a. C., Aristóteles explicó el fenómeno basándose en el peso de los cuerpos, estableciendo que los cuerpos pesados caen más rápido que los ligeros.

Nadie cuestionó esta explicación hasta que Galileo, en el siglo XVI, se planteó la posibilidad de que la diferencia de rapidez pudiera deberse a que los cuerpos, en su movimiento, tenían que ir apartando el aire, y a los ligeros les costaba más hacerlo que a los pesados.

Para comprobarlo, utilizó rampas inclinadas por las que dejó rodar esferas de distinto peso, midiendo el tiempo de caída con relojes de agua (clepsidras). Observó que, salvo en los casos de cuerpos muy ligeros, todos recorrían el mismo espacio en el mismo tiempo, con lo que pudo asegurar, en contra de la explicación de Aristóteles, que la rapidez con la que caían no dependía de su peso.

Problema: ¿Caen los cuerpos pesados más rápido que los ligeros? **Hipótesis:** la velocidad de caída no depende del peso. **Experimento:** se dejan caer esferas de distinto peso por rampas inclinadas. **Resultado:** todas las esferas caen a la vez. **Conclusión:** la velocidad de caída no depende del peso.

Movimientos circulares

32 **Comprueba que las ecuaciones del m.c.u. son dimensionalmente homogéneas.**

Para comprobar la homogeneidad hay que ver si los dos miembros de la ecuación tienen la misma ecuación de dimensiones:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t$$

$$[\theta] = 1 \text{ (el radián es una unidad sin dimensiones)}$$

$$[\theta_0 + \omega \cdot t] = [\theta_0] + [\omega] \cdot [t] = 1 + T^{-1} \cdot T$$

Todos los sumandos del segundo miembro son adimensionales, al igual que el primer miembro, luego la ecuación es dimensionalmente homogénea.

33 Una noria tarda 15 s en dar una vuelta completa. ¿Cuál es su velocidad angular, en rpm? ¿Qué ángulo barre una barquilla en 2 s? Si las barquillas se encuentran a 10 m del eje de giro, ¿cuál es su celeridad? ¿Qué espacio recorren en 10 s?

Como el período del movimiento es T = 15 s, la velocidad angular es:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{15\ \text{s}} = 0{,}42\ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{1\ \text{rev}}{2 \cdot \pi\ \text{rad}} \cdot \frac{60\ \text{s}}{1\ \text{min}} = 4\ \text{rpm}$$

El ángulo barrido en 2 s es:

$$\Delta\phi = \omega \cdot t = 0{,}42\ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 2\ \text{s} = 0{,}84\ \text{rad}$$

A una distancia R = 10 m del eje de giro, la celeridad es:

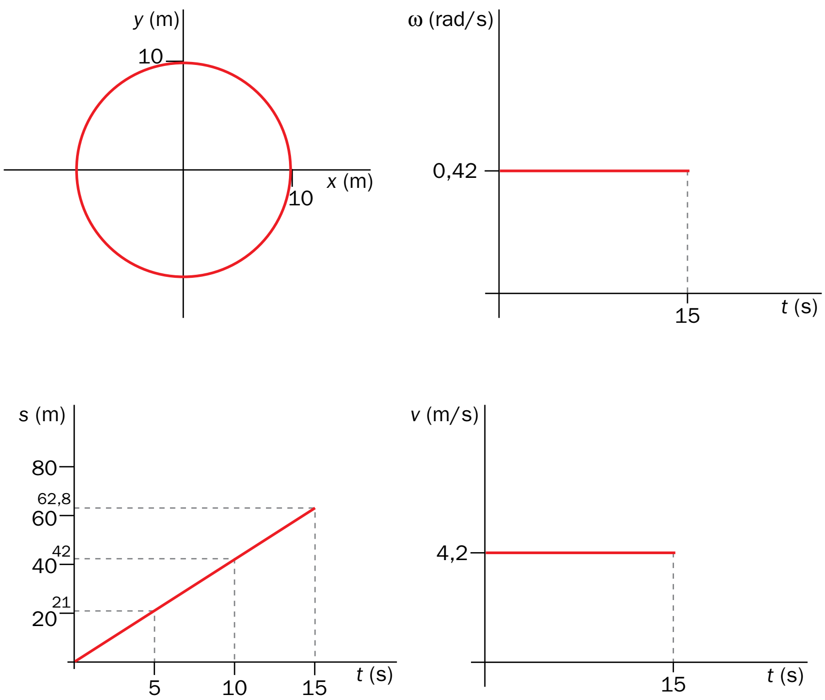
$$v = \omega \cdot R = 0{,}42\ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 10\ \text{m} = 4{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Con esta celeridad, constante, el espacio recorrido en 10 s es:

$$\Delta s = v \cdot t = 4{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10\ \text{s} = 42\ \text{m}$$

34 Representa las gráficas del movimiento de una barquilla de la noria de la actividad anterior.

Las gráficas solicitadas son:



35 Si en un m.c.u. el móvil recorre 7,5 m cada 5 s, ¿cuál es la frecuencia del movimiento?

Con los datos proporcionados podemos calcular la celeridad:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{7{,}5\ \text{m}}{5\ \text{s}} = 1{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Con este dato, y las expresiones que relacionan la velocidad angular con la lineal y con la frecuencia, se puede calcular la magnitud solicitada:

$$\omega = \frac{v}{R} = 2 \cdot \pi \cdot f \;\rightarrow\; f = \frac{v}{2 \cdot \pi \cdot R} = \frac{1{,}5\ \text{m/s}}{2 \cdot \pi \cdot R} = \frac{0{,}24\ \text{m/s}}{R}$$

Para obtener la frecuencia en hercios, Hz, *R* se ha de expresar en metros, m.

36 **Si un móvil describe un m.c.u. a 20 rpm, ¿cuál es el período de su movimiento? ¿Y la frecuencia?**

En primer lugar, expresamos la velocidad angular en unidades del SI:

$$\omega = 20\ \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{2 \cdot \pi\ \text{rad}}{1\ \text{rev}} \cdot \frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}} = 2{,}09\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

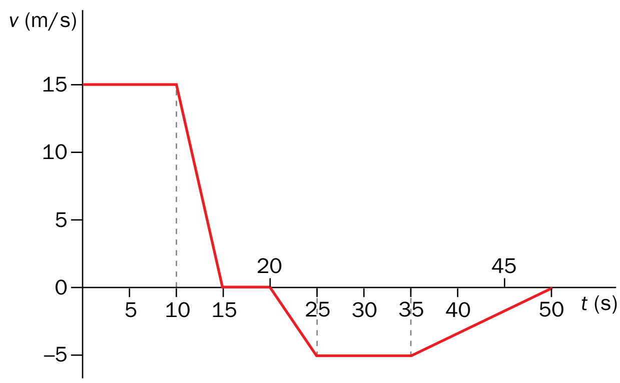
Con este valor de la velocidad angular se obtienen los del período y la frecuencia:

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \frac{2 \cdot \pi}{2{,}09\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 3{,}01\ \text{s} \;\rightarrow\; f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3{,}01\ \text{s}} = 0{,}33\ \text{Hz}$$

Página 201

Interpretación de representaciones gráficas

37 **A partir de la siguiente gráfica, calcula la variación de posición y la celeridad media.**



El movimiento consta de seis tramos, que se estudian por separado. Considerando movimientos rectilíneos sobre el eje *X* (la forma de la trayectoria no influye en los resultados), y unidades del SI:

Tramo 1: m.r.u. (v = 15 m/s; Δt = 10 s).

$$\Delta x = v \cdot \Delta t = 15 \cdot 10 = 150\ \text{m}$$

Tramo 2: m.r.u.a. (v_0 = 15 m/s; v = 0; Δt = 5 s).

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{-15}{5} = -3\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 15 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5^2 = 37{,}5\ \text{m}$$

Tramo 3: Reposo (Δt = 5 s).

Tramo 4: m.r.u.a. (v_0 = 0; v = –5 m/s; Δt = 5 s).

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{-5}{5} = -1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = -\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5^2 = -12{,}5\ \text{m}$$

Tramo 5: m.r.u. (v = –5 m/s; Δt = 10 s).

$$\Delta x = v \cdot \Delta t = -5 \cdot 10 = -50\ \text{m}$$

Tramo 6: m.r.u.a. (v_0 = –5 m/s; v = 0; Δt = 15 s).

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{5}{15} = 0{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = -5 \cdot 15 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}33 \cdot 15^2 = -37{,}88\ \text{m}$$

La variación de posición total es la suma de las correspondientes a cada tramo:

$$\Delta x_T = 150 + 37{,}5 - 12{,}5 - 50 - 37{,}88 = 87{,}12\ \text{m}$$

La celeridad media se calcula dividiendo el espacio recorrido (suma de los valores absolutos de los desplazamientos) entre el tiempo total invertido:

$$e = 150 + 37{,}5 + 12{,}5 + 50 + 37{,}88 = 287{,}88\ \text{m}$$

$$c_m = \frac{e}{\Delta t} = \frac{287{,}88}{50} = 5{,}76\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

38 En la actividad anterior, ¿en qué tramos el móvil…

a) … se mueve hacia la derecha?

b) … se mueve hacia la izquierda?

c) … acelera?

d) … frena?

La respuesta a cada uno de los apartados es:

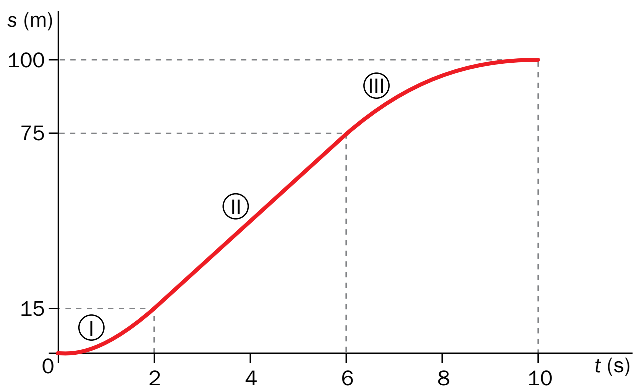
a) Tramos 1 y 2 ($\Delta x > 0$).

b) Tramos 4, 5 y 6 ($\Delta x < 0$).

c) Tramo 4 (a y v con el mismo signo).

d) Tramos 2 y 6 (a y v de distinto signo).

39 A partir de la siguiente gráfica, describe el movimiento y representa las gráficas de velocidad y aceleración.



La gráfica consta de tres tramos. El primero corresponde a un movimiento uniformemente acelerado, con aceleración positiva, a_1, en el que el móvil aumenta la velocidad desde v_0 hasta v_1 en dos segundos. En el segundo tramo la velocidad permanece constante, con valor v_1, durante cuatro segundos. Finalmente, en el tercer tramo el móvil describe un movimiento uniformemente acelerado con aceleración negativa, a_2, durante cuatro segundos, en los que la velocidad disminuye de v_1 a v_2.

Como en el segundo tramo el móvil recorre 60 m en 4 s, la velocidad a la que lo describe es v_1 = 15 m/s. Como este es el valor final de la celeridad del tramo 1, se puede calcular el valor inicial y la aceleración de este tramo:

$$v_1 = v_0 + a_1 \cdot t$$

$$\Delta s_1 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t^2$$

Sustituyendo datos, en unidades SI:

$$15 = v_0 + a_1 \cdot 2$$

$$15 = v_0 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot 4 = v_0 \cdot 2 + 2 \cdot a_1$$

De estas ecuaciones se deduce que v_0 = 0 y a_1 = 7,5 m/s^2.

Procediendo del mismo modo para el tercer tramo:

$$v_2 = v_1 + a_2 \cdot t$$

$$\Delta s_2 = v_1 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t^2$$

Sustituyendo datos en unidades SI:

$$v_2 = 15 + a_2 \cdot 4$$

$$25 = 15 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot 16 = 60 + 8 \cdot a_2$$

Por tanto, a_2 = –4,38 m/s^2, y la velocidad final del movimiento es v_2 = –2,52 m/s.

Con estos valores, las gráficas solicitadas son: