1 Evolución histórica del estudio del universo

Página 230

1 **Con los conocimientos que posees hasta el momento, intenta rebatir las hipótesis del universo de Aristóteles.**

Se deduce de la primera ley de Newton o ley de la inercia que, si un cuerpo tiene un movimiento rectilíneo y uniforme o se encuentra en reposo, podemos asegurar que la resultante de las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo es nula.

Y según la segunda ley de Newton, en el caso de que exista una fuerza resultante aplicada al cuerpo, este se vería acelerado, ya sea tangencial o/y normalmente, dependiendo de la dirección de la fuerza resultante.

Si la resultante es perpendicular a la velocidad, solo producirá aceleración normal, que se encargará de variar la dirección de la velocidad, pero no su módulo. Por tanto, la idea de Aristóteles de que los planetas se encontraban en esferas físicas encajadas unas en otras para que existiera el movimiento no es necesaria.

2 **Explica, según el sistema aristotélico, qué mecanismo hacía que los astros se movieran en el cielo.**

Aristóteles explica la existencia de un primer motor que se encontraría fuera de la esfera de las estrellas fijas, y se relacionaba con Dios. Él mueve la primera de las esferas, el resto de esferas se moverían mediante un engranaje, en el que la esfera superior es la que mueve a la inferior.

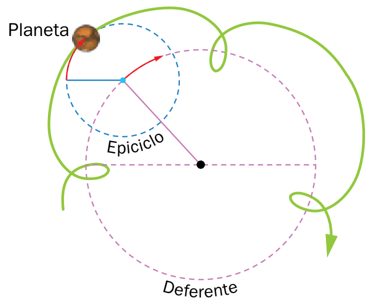
3 **Diseña una experiencia sencilla en la que seas capaz de demostrar que los cuerpos más pesados caen con la misma rapidez que los más ligeros, refutando así la idea que Aristóteles tenía sobre la caída de los cuerpos.**

Si se dejan caer dos cuerpos de las mismas dimensiones, pero de distinta masa, desde una misma altura, se comprueba que los dos cuerpos caen al mismo tiempo. Podemos utilizar un cronómetro y realizar, al menos, cinco mediciones de cada caída y obtener el valor medio. Posteriormente, se comprueba que los valores medios de los tiempos medidos para la caída de cada cuerpo son, aproximadamente, los mismos. Las diferencias vienen determinadas por el tiempo de reacción del observador y no por la masa de los cuerpos.

Página 231

4 **Basándote en el modelo de Ptolomeo, explica con un dibujo el movimiento retrógrado de un planeta sobre su epicicloide.**

El modelo planetario de Ptolomeo se basa en los epiciclos que describe cada planeta sobre la deferente. El resultado es un movimiento helicoidal como el que se muestra en la imagen. A esa trayectoria se la denominó «epicicloide».



5 **¿Cómo explicaba Ptolomeo la sucesión del día y la noche?**

Para Ptolomeo, la Tierra se encuentra en reposo y es el Sol el que se desplaza alrededor de ella. En su traslación, el Sol ilumina una zona de la Tierra durante el tiempo que tarda en dar media vuelta, en este caso es de día. Durante la otra media vuelta, el Sol no ilumina esa zona del planeta y sería de noche.

6 **Los planetas se muestran unas veces más brillantes que otras, ¿cómo explicaba Ptolomeo este fenómeno?**

Ptolomeo explicaba que, debido al movimiento de los planetas sobre la epicicloide, en ocasiones se acercaban a la Tierra y por eso brillarían más y en ocasiones se alejaban perdiendo luminosidad. Hoy se sabe que el brillo que presentan los planetas no se encuentra relacionado con la distancia a la que se encuentran de la Tierra.

7 **¿Por qué motivo la Iglesia estaba de acuerdo con la teoría geocéntrica sobre el universo y se resistió a que nuevas teorías se desarrollaran?**

La Iglesia tenía las razones suficientes, aquellas que le proporcionaban las Santas Escrituras, para reconocer el geocentrismo como la única teoría del universo.

En el mito de la creación recogido en la Biblia, la Tierra se constituye como el centro generador de la vida.

En el Salmo 93 de la Biblia se dice que «Jehová fijó la Tierra para que no se moviera».

Dios eligió esta Tierra para que su hijo Jesucristo naciera en ella y así poder redimir al género humano.

De esta manera, la Tierra no podía ser más que el centro del universo.

Página 232

8 **Expón los principios fundamentales sobre los que se sustentan el modelo geocéntrico y el heliocéntrico.**

El geocentrismo se desarrolla del siglo IV a. C. al XVI d. C. y entiende un universo en el que la Tierra ocupa su centro. El heliocentrismo abarca del siglo XVI al XIX y es el Sol el que es el centro universal.

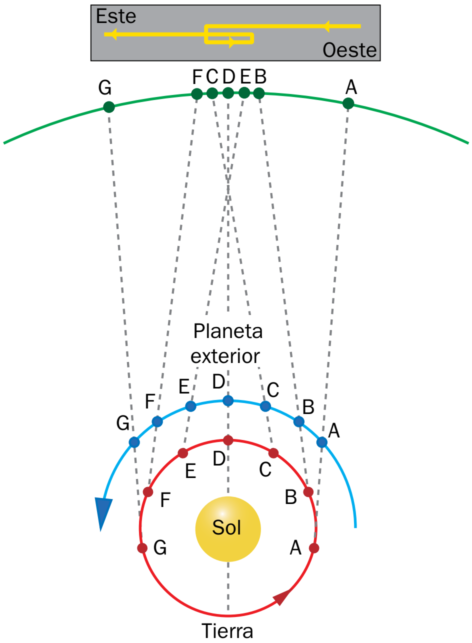
Geocentrismo siglo IV a. C. al siglo XVI d. C.	Heliocentrismo siglo XVI al siglo XIX
La Tierra es el centro del universo. Los planetas se disponen en esferas concéntricas alrededor de la Tierra.	El Sol es el centro del universo. Los planetas se disponen en órbitas alrededor del Sol.

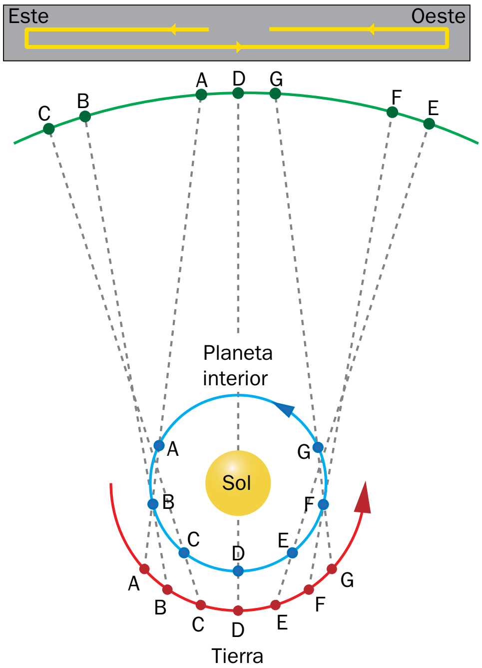
9 **¿Cómo explicaría Copérnico el fenómeno de sucesión del día y de la noche?**

La Tierra se mueve en torno al Sol y también sobre sí misma. El movimiento de rotación terrestre ante un Sol inmóvil en su centro daría lugar al día y la noche.

10 **Sabiendo que los planetas más alejados del Sol tienen un mayor período de traslación, ¿cómo explicarías, según el modelo copernicano, el movimiento retrógrado de los planetas?**

Según el modelo copernicano, los movimientos diarios de los astros se deben a la rotación de la Tierra, el movimiento anual del Sol se debe al movimiento anual terrestre y las retrogradaciones no son más que un efecto óptico derivado de su observación desde un sistema de referencia acelerado normalmente, como es nuestro planeta en movimiento curvilíneo.





En la primera figura, la Tierra es más rápida que los planetas exteriores, adelantándolos en sus posiciones y dando la impresión de que estos van hacia atrás, como ocurre con Marte. En el caso de los planetas interiores, la Tierra es más lenta que estos y es adelantada por los planetas.

Estos fenómenos son los que producen la sensación visual del vaivén de los planetas.

11 **¿Por qué no tuvo éxito el modelo de Aristarco?**

No era fácil luchar en contra de las ideas de Aristóteles que, por aquel entonces, era la máxima autoridad en la mecánica celeste y terrestre. Y las ideas de Aristarco eran contrapuestas a las de este. Sin embargo, sus hipótesis sirvieron de base a Copérnico para desarrollar su modelo heliocéntrico.

Página 233

12 **Copérnico temió la ira de la Iglesia y escondió su obra durante años. ¿Por qué crees que fue así?**

Las discrepancias entre el modelo heliocéntrico y varios pasajes bíblicos, como aquel en el que Josué mandó detenerse al Sol y no a la Tierra, contradecían las hipótesis de Copérnico. Este, temeroso de la ira de la Iglesia, prefirió mantener su obra escondida.

Además, se pensaba que, si la Tierra se movía, los pájaros y otros proyectiles se retrasarían hacia el oeste, puesto que, el suelo junto con la Tierra, giraban hacia el este mientras estos estaban en vuelo.

13 **¿Por qué crees que Galileo murmuró «y sin embargo se mueve» al terminar el juicio que le hizo abjurar de su teoría heliocéntrica?**

Galileo hizo una serie de descubrimientos telescópicos que la Iglesia entendió amenazantes. Así, el heliocentrismo estaba prohibido por ser herético, puesto que de ser ciertas las ideas de Galileo, las escrituras no serían ciertas. Galileo encontró pruebas físicas del movimiento de la Tierra y fue condenado a cadena perpetua. En su juicio le hicieron abjurar de sus teorías, cosa que tuvo que hacer para que no le cayera la pena de muerte. Sin embargo, antes de abandonar al tribunal inquisidor, murmuró «y sin embargo se mueve» refiriéndose a la realidad del movimiento terrestre.

Puede hacerse referencia a que, en 1992, el papa Juan Pablo II pidió perdón por la condena injusta de Galileo Galilei y rehabilitó al astrónomo de Pisa, 359 años después de su sentencia.

14 **¿Cuántos siglos transcurrieron entre el modelo de Ptolomeo y el de Copérnico?**

Pasaron quince siglos desde que Ptolomeo estableciese las hipótesis de su modelo, hasta que el heliocentrismo venció al geocentrismo, gracias a las aportaciones de Copérnico.

15 **Infórmate acerca de las relaciones entre Tycho Brahe y Johannes Kepler, y escribe un breve trabajo sobre ello.**

Tras un trabajo de búsqueda de información, los estudiantes deben realizar un informe escrito sobre los hallazgos al respecto, considerando clave el hecho de que Kepler trabajó con Brahe. Brahe era conocido por ser un magnífico observador que recopiló numerosos datos utilizando una instrumentación que él mismo diseñó antes del descubrimiento del telescopio. Brahe invitó a Kepler a trabajar con él en el instituto de investigación que él mismo hizo construir. Tras la muerte de Brahe, Kepler se quedó con todos los datos que durante su vida Brahe había conseguido, especialmente los datos sobre los movimientos retrógrados de Marte y que le permitieron desarrollar sus tres leyes.

Página 234

16 **¿Por qué la concepción del universo de Newton es estática, y la de Einstein, dinámica?**

Para Newton el tiempo es absoluto, transcurre inexorablemente. El universo de Newton es un universo infinito, siempre existió y siempre existirá, en él la materia se halla uniformemente distribuida en estrellas que se encuentran en equilibrio estático. En el universo de Einstein, las estrellas se distribuyen al azar y no se encuentran fijas en el firmamento, se mueven junto con un universo en expansión en el que en cada instante se fabrica espacio entre galaxias.

17 **¿Cómo pueden llegar hasta nosotros las imágenes procedentes del sistema solar exterior?**

Las sondas espaciales se encargan de ello, captan la información proveniente del espacio y la reenvían a la Tierra.

18 **¿Crees que hay alguna posibilidad de que alguna civilización extraterrestre encuentre las sondas espaciales Voyager 1 y 2? ¿Conoces el soporte de la fotografía en el que se ha incluido la información de nuestra civilización? ¿Sabrías extraerla tú? Debate con tus compañeros y compañeras sobre la posibilidad de la existencia de vida extraterrestre.**

Está previsto que la sonda Voyager 1 alcance las estrellas más próximas en un período de unos 40 000 años; sería el momento de encontrar algún tipo de vida extraterrestre, pero para entonces es posible que las sondas hayan dejado de emitir señales electromagnéticas. Por eso, el encuentro con otras civilizaciones tendría que venir de la mano de aquellas que pudieran viajar por el espacio interestelar.

El disco de oro, llamado «Los Sonidos de la Tierra», contiene sonidos e imágenes grabadas en un disco fonográfico que suena a 16 2/3 rpm. Carl Sagan presidió el comité encargado de decidir el contenido de este disco. Entre los sonidos se encuentran saludos en diferentes idiomas, 90 minutos de música, sonidos de la Tierra y una grabación de ondas cerebrales. En imágenes existen 118 fotografías del planeta Tierra y de la civilización humana.

En el siguiente enlace puede encontrarse información sobre aquello que contiene el disco de oro: http://goldenrecord.org/#discus-aureus.

2 Fuerzas gravitatorias

Página 235

19 ¿Cómo explicaba Kepler que la velocidad del planeta fuera menor en el afelio que en el perihelio?

Kepler enuncia su segunda ley diciendo que el radio vector del planeta barre áreas iguales en tiempos iguales, al moverse en una órbita elíptica. Para que esto ocurra, el planeta debe ir más rápido cuando la distancia al Sol es menor, y viceversa.

20 Mercurio tiene un radio medio de traslación de 5,79 · 10^{10} m, y el de la Tierra es de 1,49 · 10^{11} m. El período de traslación de la Tierra es de 3,16 · 10^{7} s. Calcula cuántos años terrestres tarda Mercurio en orbitar el Sol.

Para calcular el período de traslación de Mercurio alrededor del Sol, puede utilizarse la tercera ley de Kepler, puesto que los datos que aporta el enunciado del problema permiten la resolución como se indica a continuación:

$$\frac{T_M^2}{d_{M\text{-}S}^3} = \frac{T_T^2}{d_{T\text{-}S}^3} \rightarrow \frac{T_M^2}{(5{,}79 \cdot 10^{10}\ \text{m})^3} = \frac{(3{,}16 \cdot 10^7\ \text{s})^2}{(1{,}49 \cdot 10^{11}\ \text{m})^3}$$

$$T_M = 7{,}66 \cdot 10^6\ \text{s} \simeq 0{,}24 \text{ años terrestres}$$

21 Un planeta *X* gira en torno a una estrella *Z*; su distancia media a *Z* es el doble que la distancia media de otro planeta *Y* a *Z*; ¿qué relación existe entre los períodos de traslación de *X* e *Y* alrededor de *Z*?

Para encontrar la relación entre dos planetas imaginarios, *X* e *Y*, que giran alrededor de una misma estrella, *Z*, se acude a la tercera ley de Kepler, teniendo en cuenta que la relación entre las distancias orbitales de los planetas a la estrella es:

$$d_{X-Z} = 2 \cdot d_{Y-Z}$$

Por tanto:

$$\frac{T_X^2}{d_{X-Z}^3} = \frac{T_Y^2}{d_{Y-Z}^3} \rightarrow \frac{T_X^2}{(2d_{Y-Z})^3} = \frac{T_Y^2}{d_{Y-Z}^3} \rightarrow \frac{T_X}{T_Y} = 2{,}8$$

22 Comprueba gráficamente la tercera ley de Kepler a partir de la siguiente tabla de valores:

Planeta	Semieje mayor (UA)	Período (años)
A: Tierra	1,000	1,000
B: Marte	1,523	1,881
C: Júpiter	5,203	11,868

NOTA: Ten en cuenta que en astronomía se utiliza como unidad de longitud la unidad astronómica, que equivale a la distancia media entre la Tierra y el Sol, y cuyo valor es: 1 UA = 150 000 000 km = 1,5 · 10^{11} m.

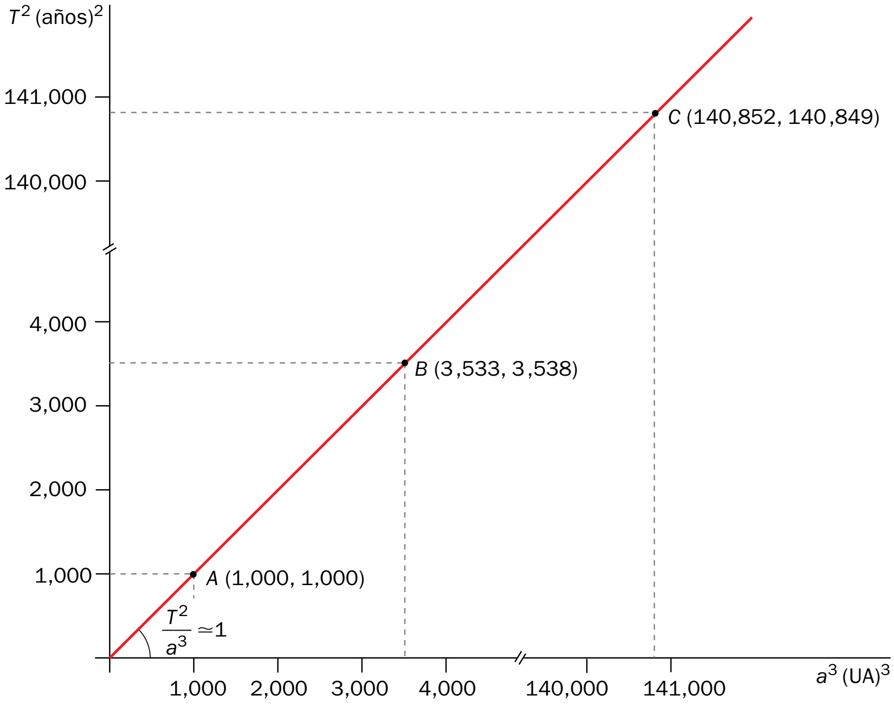
Para demostrar la tercera ley de Kepler, es necesario comprobar que el cociente T^2/a^3 toma el mismo valor para todos los planetas. La idea es representar en una gráfica T^2 frente a a^3. El valor de la pendiente de la recta formada coincide con la constante buscada.

Si mantenemos las unidades que proporciona el ejercicio sin cambiar al S.I., el valor de la pendiente de la recta representada toma el valor 1. Y, por tanto: $T^2/a^3 = 1$.

Para ello, construimos una nueva tabla como la que se muestra a continuación y representamos gráficamente:

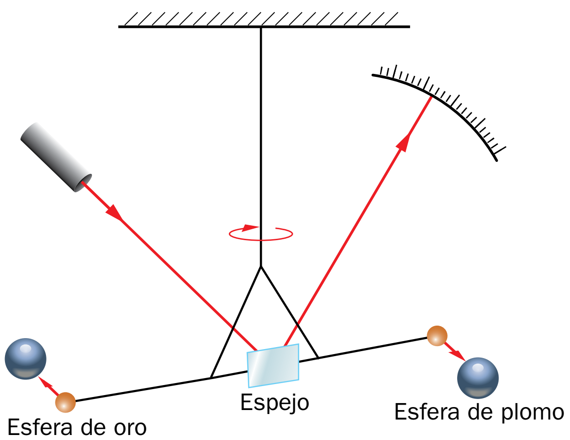
Planeta	*a* (UA)	a^3	*T* (años)	T^2
A	1,000	1,000	1,000	1,000
B	1,523	3,533	1,881	3,538
C	5,203	140,852	11,868	140,849

$$\frac{T_A^2}{a_A^3} = \frac{T_B^2}{a_B^3} = \frac{T_C^2}{a_C^3} \sim 1$$



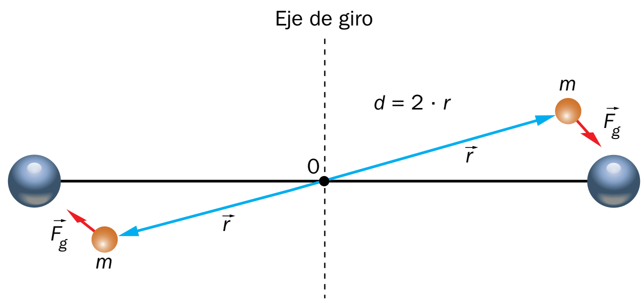
Página 237

23 **Esta imagen representa la balanza de torsión ideada por Cavendish para medir el valor de *G*. Recuerda en qué consiste un par de fuerzas y contesta: ¿qué fuerza genera en este artilugio el par de fuerzas responsable del giro de las masas pequeñas?**



La fuerza de atracción gravitatoria entre la masa grande y la pequeña produce un momento de la fuerza. Lo mismo ocurre con el otro par de masas. La suma de ambos momentos produce un momento total que hace girar la barra que soporta las esferas pequeñas. Si la distancia que separa las dos esferas pequeñas es «*d*», y $d = 2 \cdot r$, siendo «*r*» la distancia de cada esfera al eje de giro, se tiene que:

$$M = F_g \cdot r + F_g \cdot r = 2 \cdot F_g \cdot r = 2 \cdot F_g \cdot d/2 = F_g \cdot d$$



24 **¿Por qué las fuerzas gravitatorias no se ponen de manifiesto entre objetos pequeños como, por ejemplo, un libro y un bolígrafo?**

Las fuerzas gravitatorias son de muy baja intensidad, en comparación con el resto de interacciones conocidas, tal y como nos muestra la constante de gravitación universal, con un valor del orden de 10^{-11}. Por tanto, las fuerzas gravitatorias solo son notables cuando, al menos, una de las masas es muy grande. Un libro y un bolígrafo son objetos demasiado pequeños en masa para que se aprecien dichas fuerzas.

25 **Una fuerza de 1 newton puede ser algo así como la fuerza que ejerce tu mano para sostener un bocadillo de 100 g. No es una fuerza grande la que tienes que hacer para ello. Calcula qué masa deben tener dos cuerpos idénticos situados a una distancia de 1 m para que manifiesten esa misma fuerza.**

Para resolver el ejercicio, se parte de la LGU. Los datos proporcionados permiten encontrar una ecuación matemática en la que la masa de los cuerpos, iguales a *m*, sea la incógnita del problema.

$$F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad \rightarrow \quad 1\ \text{N} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \frac{m^2}{(1\ \text{m})^2} \quad \rightarrow \quad m = 122443{,}88\ \text{kg}$$

26 **A partir de la ley de la gravitación, encuentra la ecuación de dimensiones de *G*.**

Para encontrar la ecuación de dimensiones de *G*, se despeja esta constante en la LGU y se sustituyen las diferentes magnitudes por su ecuación de dimensiones:

$[F] = \text{M} \cdot \text{L} \cdot \text{T}^{-2}$

$[r^2] = \text{L}^2$

$[m^2] = \text{M}^2$

Entonces:

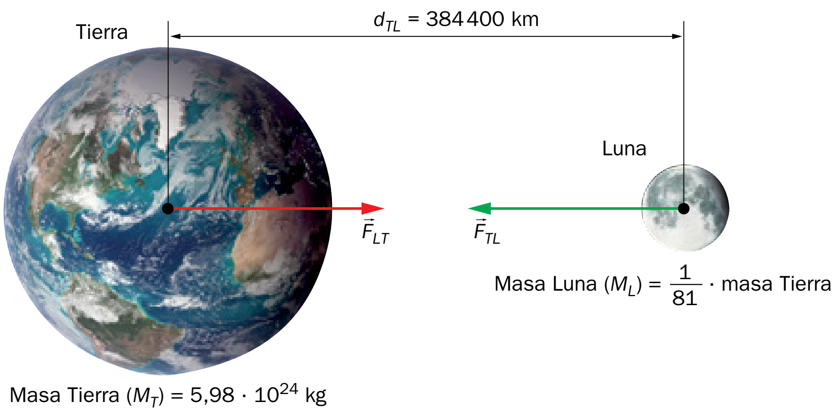
$$F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad \rightarrow \quad G = \frac{F \cdot r^2}{m^2} \quad \rightarrow \quad [G] = M^{-1} \cdot T^{-2} \cdot L^3$$

27 **Calcula la fuerza de atracción gravitatoria entre la Tierra y la Luna, sabiendo que la masa de la Tierra es 5,98 · 10^{24} kg y que la de la Luna es 1/81 veces menos masiva que la Tierra. La distancia que separa sus centros tiene un radio medio de 384 400 km.**

Las fuerzas se producen por pares, son interacciones en las que están implicados al menos dos cuerpos. Son fuerzas iguales, aplicadas en distintos cuerpos y de sentido contrario, según enuncia la tercera ley de Newton o ley de acción-reacción. Aplicando la LGU y sabiendo que M_L = 1/81 M_T, se obtiene el valor de dicha fuerza.

$$F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{d^2_{T\text{-}L}} = G \cdot \frac{M_T \cdot \frac{1}{81} \cdot M_T}{d^2_{T\text{-}L}} =$$

$$= 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{0{,}0123 \cdot (5{,}98 \cdot 10^{24}\ kg)^2}{(3{,}84 \cdot 10^8\ m)^2} = 1{,}99 \cdot 10^{20}\ N$$



28 **Supongamos un mundo libre de rozamientos. Tu compañero de 60 kg y tú de 65 kg os atraéis estando situados a 50 cm. ¿Con qué aceleración comenzaréis a desplazaros el uno hacia el otro?**

Las fuerzas que aparecen son iguales, pero de distinto sentido, ya que son fuerzas atractivas y están aplicadas en diferentes cuerpos. Aunque ambos cuerpos se ven sometidos a la misma fuerza, cada uno tiene una masa diferente. Cuanto mayor sea la masa, menos efecto producirá sobre él la fuerza aplicada. Por tanto, el cuerpo que tiene mayor masa sufrirá menor aceleración, como se expresa en la segunda ley de Newton: $F = m \cdot a$.

$$F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{N \cdot m^2}{kg} \cdot \frac{60\ kg \cdot 65\ kg}{(0{,}5\ m)^2} = 1{,}04 \cdot 10^{-6}\ N$$

Se aplica la segunda ley de Newton para cada cuerpo:

– Aceleración del cuerpo 1: $F_g = m_1 \cdot a_1 \quad \rightarrow \quad a_1 = \dfrac{1{,}04 \cdot 10^{-6}\ N}{60\ kg} = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\ m/s^2$

– Aceleración del cuerpo 2: $F_g = m_2 \cdot a_2 \quad \rightarrow \quad a_2 = \dfrac{1{,}04 \cdot 10^{-6}\ N}{65\ kg} = 1{,}6 \cdot 10^{-8}\ m/s^2$

29 **La siguiente imagen pertenece a un cúmulo globular de estrellas. Cada punto es una estrella y, aunque se ven agrupadas en su centro, las distancias que las separan son enormes. Utilizando esta imagen, ¿cómo explicarías que la gravitación también actúa entre las estrellas?**

La forma en la que se distribuyen las estrellas en las galaxias vista desde el exterior, puede hacernos pensar en la existencia de fuerzas de atracción gravitatoria que mantengan unidas a las estrellas. Pero los estudiantes podrían pensar otras alternativas, como que las fuerzas fueran repulsivas y, al ser la imagen una fotografía, no se apreciara que las estrellas se están separando unas de otras. Por tanto, las deducciones que saquemos de la imagen serán meras hipótesis y se necesitará más información para extraer conclusiones, como, por ejemplo, saber cuáles son sus velocidades a través del corrimiento de sus espectros.

3 Aplicaciones de la ley de la gravitación universal

Página 239

30 **Según la tercera ley de Newton, las fuerzas aparecen por pares, se aplican en cuerpos diferentes y con sentidos contrarios. La fuerza peso es la que ejerce la Tierra sobre un cuerpo, pero este ejerce la misma fuerza sobre la Tierra; ¿por qué caen los cuerpos sobre la Tierra y no la Tierra sobre los cuerpos?**

Las fuerzas son las mismas según la tercera ley de Newton. La fuerza que ejerce la Tierra sobre un cuerpo tiene la misma intensidad que la fuerza que ejerce el cuerpo sobre la Tierra. Pero en igualdad de fuerzas, las masas de los cuerpos son muy diferentes. La fuerza gravitatoria es suficiente para desplazar un cuerpo poco masivo y acelerarlo según $F = m \cdot a$. Sin embargo, esa misma fuerza aplicada sobre la Tierra, de masa tan elevada, produciría una aceleración tan minúscula como inapreciable.

31 **Si el peso de un cuerpo en la superficie terrestre es de 600 N, ¿cuál será a una altura de un radio terrestre?**

Hay que calcular el peso de un cuerpo a una altura de un radio terrestre $h = R_T$, sabiendo que el peso del cuerpo sobre la superficie, $h = 0$, es 600 N.

No tenemos datos de G, ni de M_T ni de R_T, por tanto, vamos a recurrir a trabajar con relaciones.

Para ello escribiremos la expresión del peso en la superficie P_0 tal y como se indica a continuación:

$$P_0 = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

Y el peso a una altura h, P_h:

$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + R_T)^2} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{4 \cdot R_T^2}$$

Dividiremos ambas ecuaciones:

$$\frac{P_0}{P_h} = 4$$

Obteniendo el peso a la altura deseada:

$$P_h = \frac{1}{4} \cdot P_0 = 0,25 \cdot 600 \text{ N} = 150 \text{ N}$$

32 **Calcula la aceleración de la gravedad en la superficie lunar, sabiendo que la masa de la Luna es de 7,4 · 10^{22} kg, y su diámetro, de 3 474 km. ¿Qué peso tendría un cuerpo de 100 kg situado en la superficie de la Luna?**

Para calcular la aceleración de la gravedad sobre la superficie lunar, h = 0, se utiliza la definición de campo gravitatorio para altura cero. El radio lunar se obtiene a partir del diámetro de la Luna.

Posteriormente, la relación: $P = m \cdot g$, permite el cálculo del peso:

$$P = m \cdot g_L = 100 \text{ kg} \cdot 1,635 \text{ m/s}^2 = 163,6 \text{ N}$$

$$g_L = G \cdot \frac{M_L}{R_L^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2 \cdot \frac{7,4 \cdot 10^{22} \text{ kg}}{(1,737 \cdot 10^3 \text{ m})^2} = 1,64 \text{ m/s}^2$$

33 **En el texto, las unidades de la aceleración de la gravedad aparecen como m/s^2. Sin embargo, el N/kg también se utiliza para medir la gravedad. Encuentra la equivalencia entre ambas unidades.**

Partiendo de una de las unidades de la aceleración de la gravedad, podemos llegar a la otra, de la siguiente manera:

$$\frac{\text{N}}{\text{kg}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m/s}^2}{\text{kg}} = \text{m/s}^2$$

Página 241

34 **Calcula la velocidad orbital de Neptuno alrededor del Sol, si la masa del Sol es 1,99 · 10^{30} kg y la distancia media entre el planeta y su estrella es 4,5 · 10^{12} m.**

Dato: G = 6,67 · 10^{-11} N · m^2 · kg^{-2}.

Se trata de un movimiento orbital, por lo que la fuerza gravitatoria F_g se comporta como una fuerza centrípeta F_c. A partir de esta condición, se puede calcular la velocidad orbital, por tanto:

$$F_g = F_c \;\rightarrow\; G \cdot \frac{M_S \cdot M_N}{d_{S\text{-}N}^2} = M_N \cdot \frac{v^2}{d_{S\text{-}N}} \;\rightarrow\; v = \sqrt{\frac{G \cdot M_S}{d_{S\text{-}N}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{4,5 \cdot 10^{12} \text{ m}}} = 5\,431 \text{ m/s}$$

35 **Dos objetos con distintas masas y dimensiones, ¿caerán con la misma aceleración hacia la Tierra?**

Sí, caerán sometidos a la misma aceleración, independientemente de las características de los cuerpos, siempre que el aire no frene a ninguno de ellos.

$$F = m \cdot a \;\;;\;\; F_g = m \cdot g \;\rightarrow\; a = g \;\rightarrow\; a = \frac{G \cdot M}{r^2}$$

36 **¿Necesitan las naves en órbita tener sus motores encendidos para moverse en torno a la Tierra?**

Las naves que se encuentran fuera de la atmósfera y no sufren pérdidas de energía por rozamientos, no necesitan tener los motores encendidos para orbitar, ya que la fuerza gravitatoria se comporta como una fuerza centrípeta que los mantiene en órbita sin realizar trabajo.

37 **Ganímedes es el mayor satélite de Júpiter; en realidad, es el mayor de todos los satélites del sistema solar, y fue descubierto por Galileo Galilei.**

Calcula cuánto tarda este satélite en dar diez vueltas completas alrededor de su planeta, sabiendo que la masa de Júpiter es de 1,90 · 10^{27} kg y que la distancia orbital de Ganímedes es de 1,07 · 10^6 km.

Dato: G = 6,67 · 10^{-11} N · m^2 · kg^{-2}.

Se trata de un movimiento orbital, donde Ganímedes gira en torno a Júpiter. Por tanto, la fuerza gravitatoria se comporta como una fuerza centrípeta:

$$F_g = F_c \quad \rightarrow \quad G \cdot \frac{M_J \cdot M_G}{r^2} = M_G \cdot \frac{v^2}{r} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{G \cdot M_J}{r}} =$$

$$= \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 1{,}90 \cdot 10^{27}}{1{,}075 \cdot 10^9\ \text{m}}} = 10\,883\ \text{m/s}$$

Para calcular el período del movimiento de Ganímedes en torno a Júpiter, utilizamos la relación del m.c.u.:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1{,}07 \cdot 10^9\ \text{m}}{10\,883\ \text{m/s}} = 617\,753\ \text{s} \simeq 7{,}2\ \text{días}$$

Si T = 7,2 días, Ganímedes tardará 7,2 días en dar una vuelta alrededor de Júpiter, por tanto, en dar 10 vueltas tardará 10 veces más:

7,2 días/vuelta · 10 vueltas = 72 días

Página 242

38 **El choque de las aguas oceánicas contra los continentes ralentiza la velocidad de giro de nuestro planeta. Aunque el efecto es mínimo, se ha ido acumulando a lo largo del tiempo. Busca información en Internet acerca de la duración del día terrestre hace miles de millones de años.**

Cualquier fenómeno que pueda modificar la distribución de masa terrestre es capaz de modificar la velocidad de rotación de la Tierra. Entre estos fenómenos están los tsunamis, las erupciones volcánicas y las mareas.

El Servicio Internacional de Rotación y Sistemas de Referencia Terrestre (IERS) es el organismo que se dedica a medir el tiempo que tarda la Tierra en dar una vuelta completa. Puesto que la Tierra gira cada vez más despacio, es el IERS quien se encarga de sumar un segundo al año cada vez que es necesario compensar la pérdida de velocidad angular terrestre.

En este artículo del periódico *La Vanguardia* puede encontrarse información al respecto: http://www.lavanguardia.com/vida/20150125/54424785087/desaceleracion-rotacion-tierra-obliga-anadir-segundo-2015.html.

4 Satélites artificiales en órbita

Página 244

39 ¿A qué velocidad orbitan todos los satélites geoestacionarios, con independencia de la masa que tengan?

Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$; $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg.

La resolución del ejercicio parte de la base de que todos los satélites orbitan alrededor de la Tierra gracias a la fuerza gravitatoria, que se comporta como una fuerza centrípeta:

$$F_g = F_c \rightarrow G \cdot \frac{M_T \cdot m_S}{r^2} = m_S \cdot \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}}$$

Además, esa fuerza centrípeta produce un m.c.u., donde la velocidad se relaciona con el período mediante la expresión:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

Siendo T = 24 h = 86 400 s para los satélites geoestacionarios.

Igualando ambas expresiones de la velocidad:

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}}$$

Se obtiene que el radio orbital es:

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg} \cdot (86\,400\ \mathrm{s})^2}{4 \cdot \pi^2}} = 142\,250\,474\ \mathrm{m}$$

Conocido el radio orbital, se obtiene la velocidad orbital:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}}{4{,}23 \cdot 10^7\ \mathrm{m}}} \simeq 3{,}1 \cdot 10^3\ \mathrm{m/s}$$

40 ¿Pueden orbitar varios satélites geoestacionarios alrededor de la Tierra a diferentes alturas? Argumenta tu respuesta.

La condición que cumplen los satélites geoestacionarios es que su período de traslación alrededor de la Tierra es de 24 h, son satélites geosíncronos. Esta condición obliga a girar a una altura determinada y siempre sobre la misma posición terrestre sobre el ecuador.

Por tanto, los satélites geoestacionarios deben orbitar todos a la misma altura.

Página 245

41 Reflexiona acerca del comportamiento irresponsable y poco ético que sigue el ser humano ante los problemas de contaminación a los que está sometiendo a la Tierra.

El uso irresponsable que hace el ser humano de los recursos que le proporciona la Tierra, está provocando graves consecuencias para la vida futura en el planeta, como es el cambio climático entre otras muchas consecuencias. Asimismo, el problema que genera la basura espacial y las consecuencias que ello puede tener sobre la vida en el planeta es un tema que debe incluirse en las políticas preventivas de los Gobiernos y en la educación de sus ciudadanos.

42 **Idea soluciones coherentes y justificadas para eliminar y limpiar la basura espacial que nos rodea. Infórmate sobre qué son las órbitas cementerio y elabora argumentos a favor o en contra de ellas.**

La cantidad de chatarra espacial parece crecer sin control y, si este crecimiento no se detiene, se prevé que para el año 2055 los escombros espaciales podrían dejarnos aislados del espacio exterior impidiendo lanzar nuevas misiones al espacio que pudieran colisionar con los residuos. Así, la ISS ha tenido que modificar su trayectoria en varias ocasiones para no sufrir colisiones con estos objetos.

Una solución para resolver el problema de la basura espacial es intentar devolver los satélites a la Tierra, pero no de forma arbitraria, habría que convertirlos en trozos más pequeños para que se pudieran desintegrar al pasar por la atmósfera, lo que supone tener que fraccionarlos.

Las órbitas cementerio pueden ser otra vía de solución. La órbita cementerio se encuentra por encima de la órbita geoestacionaria del satélite, en ella se situarían estos satélites una vez que dejaran de tener utilidad. Esto contribuiría en la disminución de la basura espacial y, por tanto, reduciría las colisiones de los artefactos inservibles contra los satélites en uso. Sin embargo, el trasladar los satélites hasta la órbita cementerio, unos 300 km por encima de la órbita funcional, requiere una gran cantidad de energía.

Existen otros proyectos que intentan dar solución al problema, cabe destacar un proyecto proveniente de la Universidad Nacional de Australia, que ha trazado un plan consistente en desviar o destruir objeto a objeto de la basura espacial que orbita la Tierra con un rayo láser muy potente.

43 **Para evitar la cascada de ablación habría que dejar de ensuciar el cielo, y elaborar un listado de prácticas espaciales saludables al que deban acogerse los países que envían satélites; enumera las prácticas que creas más conveniente incluir en el listado.**

Según el científico Kessler, la cascada de ablación será una consecuencia inevitable de la cantidad de basura espacial acumulada en las órbitas terrestres.

Instituciones como ECSS, European Cooperation for Space Standarization, o UNCOPUOUS, United Nations Committee on the Peaceful uses of Outer Space, han desarrollado un conjunto de normas coherentes para las actividades espaciales europeas.

Pueden encontrar información al respecto en el siguiente enlace y con ella elaborar un listado de prácticas saludables: http://www.comoves.unam.mx/numeros/articulo/170/basura-espacial.

44 **Busca noticias de actualidad en las que se pongan de manifiesto los problemas que está causando en la Tierra la basura espacial. Realiza un informe con los datos obtenidos.**

En los años 2015 y 2016 han sido noticias en televisión diferentes objetos caídos del cielo. Recopilar esas noticias y extraer conclusiones es el objetivo de este ejercicio.

Puede encontrase información en el siguiente enlace: http://elpais.com/tag/basura_espacial/a/.

45 **Infórmate sobre la velocidad de un proyectil basura, y realiza una estimación de su energía cinética. ¿Qué efectos crees que podría tener el impacto de uno de ellos sobre una nave espacial?**

La velocidad orbital de cualquier objeto que se traslada en torno a la Tierra depende de la altura a la que se encuentra y no de su masa.

Para calcular esta velocidad, se utiliza la expresión:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}}$$

Las velocidades que alcanzan estos objetos los convierten en verdaderos proyectiles, siendo esta de hasta 30 000 km/h.

La energía cinética puede calcularse mediante la fórmula:

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Sobre las consecuencias de los impactos de un proyectil basura, puede encontrarse información en el siguiente enlace: https://www.lanasa.net/news/reportajes-especiales/un-objetivo-brutal-atrapar-basura-espacial-con-un-arpon/.

46 **Si quieres profundizar en el estudio de los satélites artificiales y las misiones espaciales, accede a la página web de la ESA: http://www.esa.int/ESA. Realiza un informe sobre las aplicaciones de los satélites.**

Deben navegar por la página que les proporciona el enunciado: http://www.esa.int/ESA.

Especialmente en: http://www.esa.int/esaKIDSes/SEM238BE8JG_OurUniverse_0.html.

También pueden encontrar información interesante en el siguiente enlace: https://www.lanasa.net/news/iss/.

5 Orientaciones para la resolución de problemas

Página 247

47 **Fobos es uno de los dos satélites naturales que orbitan alrededor de Marte. Se encuentra tan cerca de su superficie, unos 6 000 km, que se prevé su colisión con el planeta en un período de unos 100 millones de años. Su período orbital sideral es de 7 h y 40 min, aproximadamente, y su radio orbital medio es de 9 377 km. ¿Podrías calcular con estos datos la masa del planeta Marte? Resuelve en caso afirmativo.**

Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m² · kg⁻².

Sí, se puede calcular igualando las siguientes expresiones, despejando la masa de Marte y sustituyendo valores:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \quad ; \quad v = \sqrt{\frac{G \cdot M_M}{r}}$$

$$M_M = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3}{G \cdot T^2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (9{,}377 \cdot 10^6\ \text{m})^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot (2{,}76 \cdot 10^4\ \text{s})^2} = 6{,}4 \cdot 10^{23}\ \text{kg}$$

48 **La masa de la Tierra es 9 veces la masa del planeta Marte. El radio de Marte es la mitad del radio terrestre. Calcula el peso de un cuerpo de 150 kg de masa situado sobre la superficie marciana.**

Datos: $g_0 = 9{,}8$ m/s^s.

Se obtendrán las expresiones de la gravedad sobre la Tierra y sobre Marte, teniendo en cuenta que, según los datos proporcionados por el enunciado: $M_T = 9 \cdot M_M$ y $R_T = 2 \cdot R_M$:

$$g_M = G \cdot \frac{M_M}{R_M^2} \quad ; \quad g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} = G \cdot \frac{9 \cdot M_M}{(2 \cdot R_M)^2}$$

Se dividen ambas ecuaciones, obteniéndose el valor de la gravedad en Marte:

$$\frac{g_M}{g_T} = \frac{4}{9} \quad \rightarrow \quad g_M = \frac{4}{9} \cdot g_T = \frac{4}{9} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 4{,}356\ \text{m/s}^2 \simeq 4{,}4\ \text{m/s}^2$$

El peso en el planeta se calcula mediante la relación:

$$P = m \cdot g$$

$$P_M = 150\ \text{kg} \cdot 4{,}356\ \text{m/s}^2 = 653{,}4\ \text{N}$$

49 El planeta Venus es el segundo planeta más cercano al Sol. Es uno de los tres astros que pueden ser visibles a simple vista durante el día, junto al Sol y la Luna. Cuando es visible de noche, se convierte en el astro más brillante del firmamento, tras la Luna. El período de revolución del planeta Venus alrededor del Sol es de 224,7 días. Y la distancia que los separa, medida de centro a centro, es de 0,72 UA. Calcula la masa del Sol.

Datos: G = 6,67 · 10^{-11} N · m^2 · kg^{-2}.

Utilizando las siguientes expresiones para la velocidad orbital:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \quad ; \quad v = \sqrt{\frac{G \cdot M_S}{r}}$$

E igualando, podemos obtener la masa del Sol al sustituir los datos numéricos:

$$M_S = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3}{G \cdot T^2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (0{,}72 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11}\ \text{m})^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot (1{,}94 \cdot 10^7\ \text{s})^2} \simeq 2 \cdot 10^{30}\ \text{kg}$$

50 Alan Eustace es un científico estadounidense que en 2014 subió a una altura de 41 420 m, lanzándose en caída libre desde la estratosfera y batiendo el récord mundial de salto realizado desde mayor altura. En la estratosfera, su peso era menor que en la superficie terrestre. Durante la caída su peso fue aumentando conforme el científico se acercaba a la Tierra. Encuentra la relación que existe entre el peso de Alan en la estratosfera y en la superficie terrestre.

Datos: G = 6,67 · 10^{-11} N · m^2 · kg^{-2}; R_T = 6 370 km; M_T = 6 · 10^{24} kg.

Utilizando la expresión de la aceleración de la gravedad a cualquier altura:

$$g_h = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

Se calcula la gravedad sobre la superficie de la Tierra, h = 0 m:

$$g_0 = 6{,}6 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}{(6\,370 \cdot 10^3\ \text{m})^2} = 9{,}86\ \text{m/s}^2$$

Se calcula la gravedad a una altura h = 41 420 m:

$$g_h = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}{(6{,}4 \cdot 10^6\ \text{m})^2} = 9{,}74\ \text{m/s}^2$$

Dividiendo las expresiones:

$$P_0 = m \cdot g_0 \quad \text{y} \quad P_h = m \cdot g_h \quad \rightarrow \quad P_0/P_h = g_0/g_h$$

Se obtiene que la relación entre ambos pesos es:

$$P_h = 0{,}987 \cdot P_0$$

51 **Un objeto se lanza verticalmente hacia arriba, desde la superficie lunar, con una velocidad de 10 m/s. Calcula la altura máxima alcanzada por el objeto.**

Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m² · kg⁻²; $R_L = 1\,737$ km; $M_L = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg.

La ecuación del m.r.u.a.: $v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g_L \cdot h$, permite calcular la altura máxima, conocida la velocidad de lanzamiento y la gravedad lunar.

Para calcular la gravedad lunar, aplicamos su definición:

$$g_L = G \cdot \frac{M_L}{R_L^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \frac{7{,}35 \cdot 10^{22}\ \text{kg}}{(1{,}737 \cdot 10^6\ \text{m})^2} \simeq 1{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Para calcular la altura máxima, considerada como la posición en la que el cuerpo se para, $v = 0$, para volver a caer, aplicamos la ecuación del m.r.u.a.:

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g_L \cdot h \ \rightarrow\ 0 = (10\ \text{m/s})^2 - 2 \cdot 1{,}6\ \text{m/s}^2 \cdot h \ \rightarrow\ h = 31{,}25\ \text{m}$$

TIC. Stellarium

Página 249

1 **La Osa Mayor es una constelación que puede observarse desde el hemisferio norte durante todo el año. También se la denomina el Carro Mayor. La forma característica de carro que dibujan sus siete estrellas principales te permitirá reconocerla con facilidad. Descubre cómo encontrarla utilizando el programa y localízala a simple vista en el cielo nocturno. Te puede ayudar saber que su estrella más brillante se llama Alioth.**

Si se escribe «Alioth» en la ventana de búsqueda, el programa se redirigirá hacia la estrella y, así, se habrá encontrado la constelación en que se sitúa: la Osa Mayor.

2 **¿Cuál es la estrella más brillante de Orión?**

La estrella más brillante de la constelación de Orión es Rigel.

3 **Recuerda los nombres y las formas de otras constelaciones; si tienes dudas, busca información en Internet, y localízalas utilizando Stellarium.**

La búsqueda de estrellas en el firmamento se convierte en una de las actividades que más motiva al alumnado. Buscar las estrellas más brillantes del hemisferio norte puede ser un ejercicio de entrenamiento con Stellarium.

En primer lugar, deben navegar por Internet hasta que puedan elaborar un listado con al menos diez estrellas, las más brillantes del hemisferio norte, junto con las constelaciones a las que pertenecen y, luego, proceder a su búsqueda con Stellarium, determinando la época del año en la que pueden observarse.

4 **Aprovecha la herramienta que estamos utilizando en estas páginas para recordar y localizar los planetas del sistema solar.**

También pueden verse desde nuestro hemisferio algunos planetas a simple vista. Por ejemplo, Venus con su fuerte brillo procedente del reflejo de un Sol muy cercano.

Trabaja con lo aprendido

Página 252

Modelos del universo

1 **La palabra «planeta» proviene del griego y significa «vagabundo» o «errante». ¿Por qué los griegos dieron ese nombre a estos astros?**

Uno de los aspectos que más confundía a los filósofos griegos era que algunos astros erraban, esto es, en ocasiones se veían más cerca y en ocasiones más lejos, como si se movieran en una especie de vaivén. Por ello se les llamó «planetas».

2 **Explica las principales diferencias entre los modelos geocéntricos de Aristóteles y de Ptolomeo.**

El modelo de Aristóteles no tuvo en cuenta que los planetas tuvieran esos movimientos errantes. Por el contrario, el modelo de Ptolomeo sí intentó, aunque infructuosamente, resolver este problema, para ello ideó los epiciclos y las deferentes.

3 **¿Cómo explica Ptolomeo el movimiento retrógrado de los planetas?**

Los planetas se mueven en esferas alrededor de la Tierra, son las deferentes, pero sobre cada trayectoria realizan un segundo movimiento circular centrado en la deferente, denominado epiciclo.

4 **Explica las principales diferencias entre los modelos heliocéntricos de Copérnico y de Tycho Brahe.**

El modelo de Copérnico es heliocéntrico y sitúa al Sol en el centro de las órbitas. El modelo de Brahe, aunque los planetas giran en torno al Sol, no deja de ser un modelo geocéntrico, en el que la Tierra continúa siendo el centro del universo.

5 **Galileo Galilei es considerado el padre de la ciencia moderna y precursor del método científico. ¿Qué instrumentación utilizó para verificar su hipótesis sobre el heliocentrismo?**

Como buen científico que era, Galileo sabía que si quería demostrar sus hipótesis tenía que contrastarlas con la realidad y para ello utilizó un telescopio, con el que observó las manchas del Sol, los satélites de Júpiter y las fases de Venus, entre otras muchas observaciones.

6 **Explica qué significa la expresión «el universo actual es un universo dinámico que se encuentra en permanente expansión».**

Las últimas teorías desarrolladas por Stephen Hawking proponen un universo en expansión. La expansión del universo no reside en que las galaxias se separen unas de otras, sino que en su separación se está creando espacio entre ellas.

7 **Las sondas espaciales no llevan tripulación humana; ¿por qué crees que es así?**

El objetivo de las sondas es buscar información del espacio exterior, son naves no tripuladas que viajarán cruzando el sistema solar en dirección a nuevas estrellas.

Leyes de Kepler

8 **¿Por qué a las leyes de Kepler se las ha denominado ley y no teoría?**

Cuando se comprueba que una hipótesis es correcta y pasa a formar parte del conocimiento científico, puede hacerlo en forma de ley científica, que describe los fenómenos estudiados, o formando parte de una teoría científica, que es un conjunto de reglas con las que se explican dichos fenómenos.

Las leyes describen y las teorías explican.

Las leyes de Kepler son leyes empíricas que fueron capaces de describir el movimiento de los planetas.

9 **Indica si estas proposiciones son verdaderas o falsas:**

a) **Kepler enunció sus leyes sobre el movimiento de los planetas defendiendo que estos describían órbitas circulares en torno al Sol.**

b) **La segunda ley de Kepler explica que la velocidad de los planetas en su perihelio es mayor que en su afelio.**

c) **El período de revolución de los planetas en torno al Sol no depende de la masa de estos.**

d) **Los planetas más alejados del Sol tienen un período de revolución menor que los más cercanos.**

a) Falso, los planetas describen órbitas elípticas en torno al Sol.

b) Verdadero, puesto que la distancia del perihelio al Sol es menor que la distancia del afelio al Sol. Según la segunda ley de Kepler debe cumplirse que $r_A \cdot v_A = r_B \cdot v_P$, deduciéndose que $v_P > v_A$.

c) Verdadero, dependería de la masa del astro que lo hace orbitar y de la distancia entre centros.

d) Falso, para que se cumpla la tercera ley de Kepler T^2/a^3 = constante, si a aumenta es necesario que T lo haga también para que el cociente se mantenga constante.

10 Si un planeta *X* orbita en torno a su estrella y tarda el doble que otro planeta *Y* en dar una vuelta completa, ¿qué relación existe entre las distancias a las que orbitan ambos planetas?

Aplicando la tercera ley de Kepler, y teniendo en cuenta que $T_X = 2 \cdot T_Y$, se obtiene la relación entre los semiejes mayores o, supuesto que las órbitas sean casi circulares, la relación entre las distancias medias, que en este caso denominaremos «d»:

$$\frac{T_X^2}{d_X^3} = \frac{T_Y^2}{d_Y^3} \rightarrow \frac{4 \cdot T_Y^2}{d_X^3} = \frac{T_Y^2}{d_Y^3} \rightarrow d_X = 1{,}59 \cdot d_Y$$

11 La Luna es nuestro satélite natural, tiene un período de revolución de, aproximadamente, 28 días y un radio orbital medio de 384 400 km. Si la Tierra tuviese otro satélite, cuyo período fuese de 50 días, ¿a qué distancia media del centro de la Tierra estaría orbitando?

En este caso se aplica la tercera ley de Kepler, considerando que las órbitas de los satélites son prácticamente circulares y que el término a, que representa el semieje mayor de la elipse, puede aproximarse al radio medio de la órbita *r*.

Si se aplica la tercera ley de Kepler sin realizar cambios de unidades al S.I., se obtiene el radio orbital medio *r* en km.

$$\frac{T^2_{\text{Luna}}}{r^3_{\text{Luna}}} = \frac{T^2_{\text{otro satélite}}}{r^3_{\text{otro satélite}}} \rightarrow \frac{(28\ \text{días})^2}{(384\,400\ \text{km})^3} = \frac{(50\ \text{días})^2}{r^3_{\text{otro satélite}}}$$

Despejando r: r = 565 794 km.

12 Comprueba que se cumple la tercera ley de Kepler a partir de los datos que proporciona la siguiente tabla de valores:

Planeta	Semieje mayor (UA)	Período (años)	T^2/a^3
Venus	0,72	0,62	
Saturno	9,54	29,46	
Neptuno	30,06	164,79	

La tercera ley de Kepler, donde los datos se expresen en unidades UA y años, da un cociente de valor, aproximadamente, 1 para todos los planetas.

$$\frac{T^2_{\text{Venus}}}{a^3_{\text{Venus}}} = \frac{T^2_{\text{Saturno}}}{r^3_{\text{otro satélite}}} \rightarrow \frac{(28\ \text{días})^2}{(384\,400\ \text{km})^3} = \frac{(50\ \text{días})^2}{r^3_{\text{otro satélite}}}$$

$$\frac{0{,}62^2}{0{,}72^3} = \frac{29{,}46^2}{9{,}54^3} = \frac{164{,}79^2}{30{,}06^3} \simeq 1$$

13 **El cometa Halley gira en torno al Sol en una órbita elíptica que tarda 76 años de promedio en dar una vuelta completa. La última vez que pudo observarse desde la Tierra fue en el año 1986, y no será nuevamente visible hasta 2061. En su trayectoria, el punto más alejado del Sol se encuentra a 35,1 UA, y en el más cercano está a 0,57 UA. Encuentra la relación que existe entre la velocidad del cometa en el perihelio y en el afelio.**

Puede aplicarse la segunda ley de Kepler, sabiendo que el punto más alejado de la trayectoria del cometa Halley coincide con el afelio y se encuentra a 35,1 UA y el punto más cercano o perihelio está a 0,57 UA.

Sustituyendo en la expresión de la segunda ley de Kepler las distancias en UA, se obtiene la relación entre las velocidades:

$$r_A \cdot v_A = r_P \cdot v_P \quad \rightarrow \quad 35,1 \cdot v_A = 0,57 \cdot v_P \quad \rightarrow \quad v_P \simeq 61,6 \cdot v_A$$

Fuerzas gravitatorias

14 **¿Por qué la ley de gravitación universal se concibe como una ley en vez de como una teoría?**

Cuando se comprueba que una hipótesis es correcta y pasa a formar parte del conocimiento científico, puede hacerlo en forma de ley científica, que describe los fenómenos estudiados, o formando parte de una teoría científica, que es un conjunto de reglas con las que se explican dichos fenómenos.

Las leyes describen y las teorías explican.

La ley de gravitación universal o LGU describe un hecho probado y es que los cuerpos, por tener masa, se atraen entre sí. Sin embargo, la LGU no explica por qué pasa esto.

Por otro lado, la gravitación también puede constituirse como una teoría, la teoría de la gravedad, en cuyo caso se trata de un cuerpo de conocimientos que pretenden explicar el cómo y el porqué del fenómeno de la gravedad. Este conjunto de conocimientos puede irse ampliando y modificando hasta la total comprensión del fenómeno, siempre apoyado por evidencias empíricas.

15 **Calcula la fuerza gravitatoria con la que se atraen dos cuerpos idénticos, de 30 kg cada uno, situados a 5 m de distancia.**

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N · m² · kg⁻².

Se aplica la LGU para dos cuerpos de 30 kg separados 5 m:

$$F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \frac{30\ \text{kg} \cdot 30\ \text{kg}}{(5\ \text{m})^2} = 2,4 \cdot 10^{-9}\ \text{N}$$

16 **¿A qué distancia deben encontrarse un chico y una chica de 60 kg y 50 kg, respectivamente, para que se sientan atraídos por una fuerza de $2{,}22 \cdot 10^{-8}$ N? Supongamos que se encuentran lo suficientemente alejados de cualquier otra masa.**

Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m² · kg⁻².

Se aplica la LGU donde, conocida la fuerza de atracción entre los cuerpos, la incógnita es la distancia que los separa:

$$F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \quad \rightarrow \quad r^2 = G \cdot \frac{M \cdot m}{F_g}$$

$$r = \sqrt{G \cdot \frac{M \cdot m}{F_g}} = \sqrt{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \frac{60\ \text{kg} \cdot 50\ \text{kg}}{2{,}22 \cdot 10^{-8}\ \text{N}}}$$

Se obtiene, aproximadamente, $r \simeq 3$ m.

Página 253

17 **Calcula la fuerza con la que se atraen la Tierra y la Luna, sabiendo que se encuentran a una distancia de $3{,}84 \cdot 10^5$ km, medida de centro a centro.**

Datos: $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $M_L = 7{,}35 \cdot 10^{20}$ kg; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m² · kg⁻².

Hay que resaltar que las fuerzas de atracción gravitatoria son fuerzas mutuas, que cumplen la tercera ley de Newton.

Aplicando la LGU, se obtiene:

$$F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\ \text{kg} \cdot 7{,}35 \cdot 10^{20}\ \text{kg}}{(3{,}84 \cdot 10^8\ \text{m})^2} = 2{,}98 \cdot 10^{28}\ \text{N}$$

18 **Calcula el valor de la gravedad en una órbita situada a una altura de 10 000 km. ¿Cuánto pesaría un satélite de 1000 kg que se encontrara en dicha órbita?**

Datos: $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6\,400$ km; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m² · kg⁻².

Para calcular el valor de la gravedad a una determinada altura, se utiliza la expresión:

$$g = G \cdot \frac{M}{(R+h)^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}{(1{,}64 \cdot 10^7\ \text{m})^2} = 1{,}488\ \text{m/s}^2 \simeq 1{,}49\ \text{m/s}^2$$

Para calcular el valor del peso, conocida la masa del cuerpo, se utiliza la relación:

$$P = m \cdot g = 1\,000\ \text{kg} \cdot 1{,}488\ \text{m/s}^2 = 1\,488\ \text{N}$$

19 **Un cuerpo de 30 kg se sitúa a una altura de 10 km sobre la superficie de la Tierra:**

a) Calcula la gravedad a esa altura y compárala con la gravedad en la superficie terrestre. Extrae conclusiones.

b) Calcula el peso del cuerpo a esa altura y compáralo con su peso en la superficie. Extrae conclusiones.

Datos: $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6\,370$ km; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m² · kg⁻².

La conclusión que puede extraerse es que a una altura de 10 km la variación de la gravedad respecto a la superficie es casi imperceptible y, por tanto, también lo es el peso de los cuerpos.

20 **Se han realizado diferentes medidas de la aceleración de la gravedad en distintos puntos de la superficie del planeta Tierra, obteniéndose los siguientes valores: g_1 = 9,856 m/s²; g_2 = 9,805 m/s²; g_3 = 9,810 m/s²; g_4 = 9,816 m/s².**

¿Cómo representarías correctamente la medida?

Los gravímetros son artilugios que permiten calcular el valor de la aceleración de la gravedad en cualquier punto de la Tierra. Los valores de la gravedad varían dependiendo de la posición en la que se recogen los datos.

Calculando un valor promedio y aplicando el cálculo de errores, tal y como se explica en la unidad 0, se obtiene que:

$$g_{\text{media}} = \frac{g_1 + g_2 + g_3 + g_4}{4} = \frac{(9{,}856 + 9{,}805 + 9{,}810 + 9{,}816)\ \text{m/s}^2}{4} = 9{,}82175\ \text{m/s}^2$$

$$\Delta g = \sqrt{\frac{(g_{media} - g_1)^2 + (g_{media} - g_2)^2 + (g_{media} - g_3)^2 + (g_{media} - g_4)^2}{N \cdot (N-1)}}$$

Siendo N = 4 el número de medidas realizadas.

$$\Delta g = 0{,}0116359 \simeq 0{,}01\ \text{m/s}^2$$

$$(g_{media} \pm \Delta g)\ \text{m/s}^2 = 9{,}82 \pm 0{,}01\ \text{m/s}^2$$

Se puede hacer que los estudiantes busquen Información sobre medidas del valor de la gravedad. En estas páginas de Internet pueden encontrarse datos interesantes.

https://www.ign.es/ign/layoutIn/faqgrav.do

https://www.ign.es/ign/resources/gravimetria/pdf/estudio_gravim.pdf

21 **Utilizando la ley de la gravitación universal, explica cómo ocurren las mareas vivas.**

La base de la explicación de las mareas se encuentra en que la masa de agua es fluida y la Luna, mediante la LGU, la atrae deformándola. Cuando el Sol se encuentra en la misma línea de acción que la Luna, las fuerzas gravitatorias provocadas por ambos astros se superponen sobre el mar, produciéndose las mareas vivas.

La explicación aparece de forma pormenorizada en la página 242 del libro de texto.

22 **Calcula la gravedad en la superficie de diferentes planetas a partir de la siguiente tabla de datos.**

Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.

Planeta	Radio (km)	Masa (kg)	g
Venus	6 052	$4{,}87 \cdot 10^{24}$	
Saturno	60 268	$5{,}69 \cdot 10^{26}$	
Neptuno	24 746	$1{,}02 \cdot 10^{26}$	

Aplicando la expresión $g = G \cdot \dfrac{M}{R^2}$ para cada planeta, se obtiene:

$$g_{\text{Venus}} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 4{,}87 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}{(6{,}052 \cdot 10^6\ \text{m})^2} = 8{,}87\ \text{m/s}^2.$$

$$g_{\text{Saturno}} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 5{,}69 \cdot 10^{26}\ \text{kg}}{(6{,}0268 \cdot 10^7\ \text{m})^2} = 10{,}45\ \text{m/s}^2.$$

$$g_{\text{Neptuno}} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 1{,}02 \cdot 10^{26}\ \text{kg}}{(2{,}4746 \cdot 10^7\ \text{m})^2} = 11{,}11\ \text{m/s}^2.$$

23 **Calcula la velocidad orbital y el período de revolución de las lunas de Saturno, Titán, Tetis y Rea, cuyas distancias orbitales, expresadas en kilómetros, son de $1{,}22 \cdot 10^6$, $2{,}95 \cdot 10^5$ y $5{,}27 \cdot 10^5$, respectivamente.**

Datos: $M_S = 5{,}69 \cdot 10^{26}$ kg; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m^2 · kg^{-2}.

A partir de la masa de Saturno y del radio orbital, pueden obtenerse las velocidades de cada una de las lunas, sustituyendo los datos en la siguiente expresión:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

$$v_{\text{Titán}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_S}{r_{\text{Titán}}}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 5{,}69 \cdot 10^{26}\ \text{kg}}{1{,}22 \cdot 10^9\ \text{m}}} = 5\,577{,}49\ \text{m/s}$$

$$v_{\text{Tetis}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_S}{r_{\text{Tetis}}}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 5{,}69 \cdot 10^{26}\ \text{kg}}{2{,}95 \cdot 10^8\ \text{m}}} = 11342{,}48\ \text{m/s}$$

$$v_{\text{Rea}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_S}{r_{\text{Rea}}}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 5{,}69 \cdot 10^{26}\ \text{kg}}{5{,}27 \cdot 10^8\ \text{m}}} = 8\,486{,}21\ \text{m/s}$$

Los períodos respectivos se obtienen mediante la expresión:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v}$$

$$T_{\text{Titán}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_{\text{Titán}}}{v_{\text{Titán}}} = \frac{2 \cdot 3{,}1416 \cdot 1{,}22 \cdot 10^9\ \text{m}}{5\,577{,}49\ \text{m/s}} = 1{,}374 \cdot 10^6\ \text{s} \simeq 15{,}9\ \text{días terrestres}$$

$$T_{\text{Tetis}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_{\text{Tetis}}}{v_{\text{Tetis}}} = \frac{2 \cdot 3{,}1416 \cdot 2{,}95 \cdot 10^8\ \text{m}}{11342{,}48\ \text{m/s}} = 1{,}634 \cdot 10^5\ \text{s} \simeq 1{,}9\ \text{días terrestres}$$

$$T_{\text{Rea}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_{\text{Rea}}}{v_{\text{Rea}}} = \frac{2 \cdot 3{,}1416 \cdot 5{,}27 \cdot 10^8\ \text{m}}{8\,486{,}21\ \text{m/s}} = 3{,}902 \cdot 10^5\ \text{s} \simeq 4{,}5\ \text{días terrestres}$$

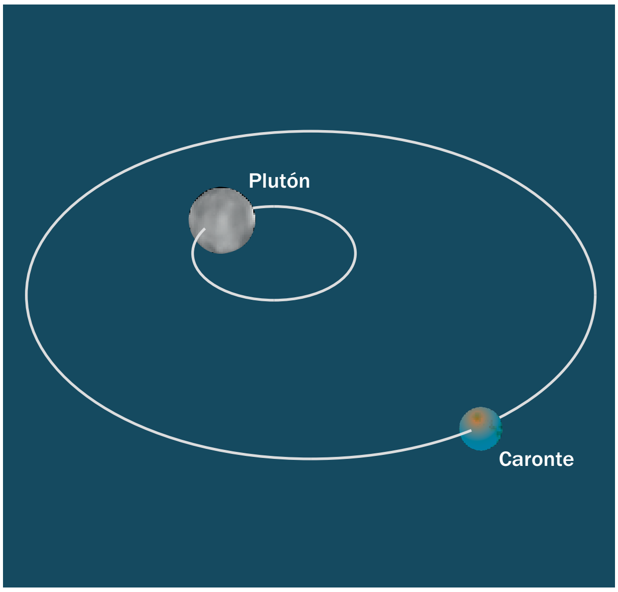
24 **La sonda New Horizons fue lanzada por la NASA en 2006, y su objetivo prioritario ha sido recabar información sobre el conjunto Plutón-Caronte. En julio de 2015 llegó a su destino. Plutón es un planeta enano con un diámetro de 2 370 km, algo más pequeño que nuestra Luna, y una masa de $1{,}25 \cdot 10^{22}$ kg. Caronte es el satélite natural más grande de entre los cinco que posee, con un diámetro de 1 208 km. Caronte tiene un radio orbital de 19 570 km y una masa de $1{,}52 \cdot 10^{21}$ kg. Pero Caronte no orbita alrededor de Plutón como un satélite normal, ya que los dos cuerpos se encuentran trabados gravitacionalmente; esto significa que tanto Caronte como Plutón giran uno en torno al otro y, los dos, en torno al centro de masas del sistema:**

a) **Copia el dibujo inferior en tu cuaderno y representa sobre él todos los datos que te ofrece el ejercicio.**

b) Argumenta y responde: ¿crees que Caronte, dadas las características que tiene, debe ser considerado un satélite de Plutón u otro planeta enano?

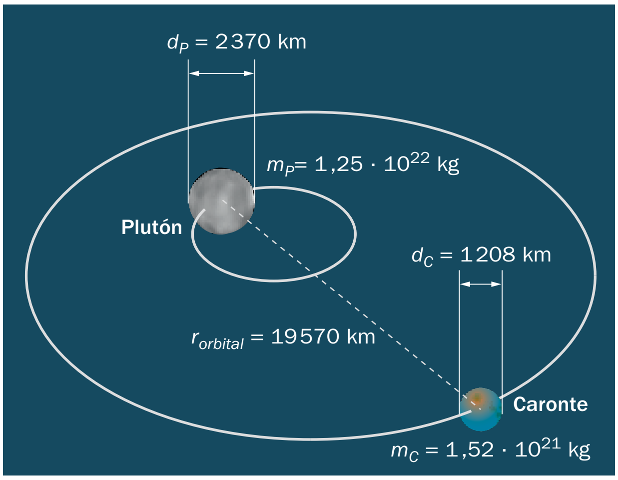
c) Supuesto un satélite normal, ¿cuánto tarda Caronte en realizar su trayectoria completa en torno a Plutón?

Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.



a) Se extraen del enunciado los diferentes datos que aporta y se ordenan en una tabla de datos como la que se acompaña, para luego representarlos sobre la imagen.

Datos/Astros	Caronte	Plutón
Diámetro (km)	1208	2370
Masa (kg)	$1{,}52 \cdot 10^{21}$	$1{,}25 \cdot 10^{22}$
Distancia orbital (km)	19570	—



b) Este es un interesante tema que puede permitir el desarrollo de la técnica del debate entre equipos de trabajo.

Un grupo expone las razones por las cuales Caronte debe ser un planeta enano y el otro grupo defiende la postura de que Caronte sea un satélite de Plutón. Una búsqueda previa de información sobre las diferentes teorías sobre la formación del sistema binario permitirá aclarar las ideas.

c) Igualando las expresiones:

$$v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}} \quad \text{y} \quad v=\frac{2\cdot\pi\cdot r}{T}, \text{ se obtiene que:}$$

$$\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}=2\cdot\pi\cdot\frac{r}{T} \rightarrow \frac{G\cdot M}{r}=\frac{4\cdot\pi^2\cdot r^2}{T^2} \rightarrow T=\sqrt{\frac{4\cdot\pi^2\cdot r^3}{G\cdot M}}$$

Sustituyendo los datos en el S.I.:

$$T=\sqrt{\frac{4\cdot\pi^2\cdot(19{,}57\cdot10^6\ \text{m})^3}{6{,}67\cdot10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}\cdot1{,}25\cdot10^{22}\ \text{kg}}} \rightarrow T=595\,728{,}23\ \text{s}\simeq6{,}9\ \text{días}$$

Página 254

25 **Júpiter es el mayor planeta del sistema solar, y está formado principalmente por gases, hidrógeno y helio entre ellos. En su hemisferio sur destaca la Gran Mancha Roja, una tormenta anticiclónica de enormes dimensiones. Júpiter tiene un radio de 69 900 km, aproximadamente, y la gravedad sobre su superficie es de 24,8 m/s^2. Cuenta con dieciséis lunas; la más interna se llama Ío, y tiene un radio orbital medio de 421 600 km.**

Calcula:

a) El período orbital de Ío.

b) La masa del planeta Júpiter.

Dato: G = 6,67 · 10^{-11} N · m^2 · kg^{-2}.

En el apartado a) del ejercicio, los datos del problema condicionan su resolución. El radio de Júpiter y la gravedad sobre su superficie pueden sustituir a la masa de Júpiter y a la constante de gravitación universal de la siguiente forma:

$$g=G\cdot\frac{M}{R^2} \rightarrow g\cdot R^2=G\cdot M$$

a) Para obtener el período de Ío, consideramos que la fuerza gravitatoria se comporta como una fuerza centrípeta:

$$F_g=F_c \rightarrow G\cdot\frac{M}{r^2}\cdot m=\frac{v^2}{r}\cdot m \rightarrow \frac{g\cdot R^2}{r^2}=\frac{v^2}{r} \rightarrow \frac{g\cdot R^2}{r}=v^2$$

Sabiendo que $v = 2 \cdot \pi \cdot r/T$, sustituyendo la velocidad en la expresión anterior y despejando T, se obtiene:

$$\frac{g \cdot R^2}{r} = \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}\right)^2 \rightarrow T = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3}{g \cdot R^2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (4{,}216 \cdot 10^8 \text{ m})^3}{24{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot (6{,}99 \cdot 10^7 \text{ m})^2}} = 156\,252{,}78 \text{ s} = 1{,}8 \text{ días}$$

b) Para calcular la masa del planeta Júpiter, se necesita el valor de la constante G, que ahora sí se proporciona y puede utilizarse. Haciendo uso de la expresión de la aceleración de la gravedad en la superficie de Júpiter, se obtiene la masa del planeta como se indica:

$$g = G \cdot \frac{M}{R^2} \rightarrow M = \frac{g \cdot R^2}{G} = \frac{24{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot (6{,}99 \cdot 10^7 \text{ m})^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}} = 1{,}8 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

26 **Si la gravedad en la superficie de la Luna es una sexta parte de la gravedad sobre la superficie de la Tierra, ¿cuánto pesaría un cuerpo de 120 kg situado sobre la superficie lunar?**

Datos: g_0 = 9,8 m/s^2.

Para calcular el peso de un cuerpo en la Luna, se necesita la gravedad lunar, que es una sexta parte de la gravedad terrestre, dato que proporciona el ejercicio:

$$g_L = \frac{1}{6} \cdot g_T \simeq \frac{1}{6} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 1{,}63 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Conocida la gravedad lunar, se utiliza la relación:

$$P_L = m \cdot g_L = 120 \text{ kg} \cdot 1{,}63 \text{ m/s}^2 = 196 \text{ N}$$

Escalas en el universo

27 **Las distancias que separan unos astros de otros en el universo son enormes. Las unidades de medida utilizadas en astronomía son el año-luz, para el conjunto del universo, y el UA (unidad astronómica), para trabajar con distancias dentro del sistema solar. El sistema solar está formado por un conjunto de astros que orbitan en torno a nuestra estrella. Ocho de esos astros son planetas: Mercurio, Venus, Tierra y Marte son los más cercanos al Sol; los más alejados son Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno. Otros astros, como los llamados planetas enanos, Plutón, Ceres o Eris, tienen un origen diferente al de los planetas, por lo que no se clasifican como tales.**

Observa el dibujo del sistema solar y revisa las distancias que existen entre cada astro y el Sol. Como entenderás, debido a las grandes distancias que separan unos astros de otros, el dibujo no está representado a escala; de no ser así, sería imposible que cupiesen todos los planetas en el mismo diagrama.

a) Trabajad en equipos: Sabiendo que la distancia entre la Tierra y el Sol es de 1 UA, ¿qué escala debéis tomar para que en un folio apaisado (30 cm, aprox.) puedan encontrarse el Sol y todos los planetas desde Mercurio hasta Neptuno?

b) Realizad un dibujo del sistema solar con una escala que os permita diferenciar todos los planetas. ¿Qué longitud debería tener el papel que utilicéis para la representación?

Este ejercicio quiere mostrar las dificultades que se encuentran cuando se elabora un dibujo del sistema solar y su imposibilidad de realizarlo a escala, de forma que en un mismo diagrama sobre el papel quepan todos los planetas con sus diámetros, también a escala. Por ello, todas las imágenes que se encuentran difundidas por Internet contienen errores, tal y como ocurre con la imagen al pie de esta página.

a) Utilizando un diagrama de puntos, en el que cada punto represente un astro sin extensión y donde 1 cm = 1 UA, puede observase cómo en el primer centímetro de papel hay que situar al Sol, Mercurio, Venus y la Tierra, en el resto de los 29 cm quedarían los cinco planetas puntuales restantes.

b) En el ejercicio se pretende que, antes de comenzar el dibujo, los estudiantes realicen un proyecto consistente en saber qué longitud debe tener el papel necesario para la representación. Al proporcionar extensión a los planetas, y con el objeto de diferenciarlos y que no se solapen, el tamaño del papel debe ser tan grande que les será imposible o, al menos, muy dificultosa su realización.

En cuanto a los errores de la imagen al pie de página, deben darse cuenta, primero, que no están a escala; segundo, que las distancias interplanetarias no son iguales; y, tercero, que los planetas no pueden encontrarse alineados todos simultáneamente, debido a la tercera ley de Kepler, que obliga a los planetas más lejanos a tener mayor período de traslación alrededor del Sol e ir más lentos.

Además, las órbitas de los planetas no son totalmente coplanarias, habiendo una inclinación, aunque muy pequeña, respecto al plano de la órbita de la Tierra.

En el siguiente enlace puede encontrarse un simulador de las órbitas planetarias:

http://www.astronoo.com/es/articulos/posiciones-de-los-planetas.html.

Satélites

28 ¿Cómo se clasifican los satélites según su órbita? ¿Cuáles tardan menos tiempo en orbitar la Tierra?

Los satélites se clasifican según su órbita en LEO, MEO, GEO y HEO, dependiendo de la altura a la que orbiten.

Los satélites que menos tardan en orbitar la Tierra son los LEO, debido a que se encuentran más cerca de ella. Apoyándonos en la tercera ley de Kepler: T^2/a^3 = constante, debe cumplirse que cuanto más cerca se encuentra el satélite, más corto es su período de revolución.

Los satélites LEO orbitan a alturas en torno a los 1000 km sobre la superficie de la Tierra, son órbitas casi circulares, con una excentricidad $e < 0{,}06$.

Estos satélites viajan a alta velocidad, mayores de 7 km/s y tienen un período de unos 100 min, aproximadamente.

29 ¿Qué fuerza mantiene en órbita a los satélites artificiales? ¿Qué tipo de aceleración produce?

La fuerza gravitatoria es la fuerza centrípeta que mantiene en órbita a los satélites artificiales, igual que ocurre con los planetas alrededor del Sol. Esta fuerza modifica la dirección de la velocidad y no su módulo, por lo que se ven sometidos a una aceleración centrípeta o normal y no existe aceleración tangencial.

30 Landsat 8 es un satélite artificial de observación terrestre puesto en órbita por la NASA y que gira entorno a la Tierra a una altura de 705 km. Su objetivo es recabar información sobre la acción antrópica sobre el planeta. Su masa es de 2782 kg. Calcula:

a) La fuerza responsable de que se mantenga en órbita.

b) La aceleración centrípeta a la que se encuentra sometido.

c) La velocidad con la que orbita.

d) El tiempo que tarda en dar una vuelta a la Tierra.

Datos: $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6\,400$ km; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m² · kg⁻².

a) Utilizando la LGU y sustituyendo los datos que proporciona el enunciado, se obtiene que:

$$F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}\ \text{kg} \cdot 2\,782\ \text{kg}}{(6{,}4 \cdot 10^6\ \text{m} + 7{,}05 \cdot 10^5\ \text{m})^2} \rightarrow F_g = 22\,055\ \text{N}$$

b) Aplicando la segunda ley de Newton de la dinámica, donde la aceleración es normal o centrípeta, ya que no hay aceleración tangencial:

$$F = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{22\,055\ \text{N}}{2\,782\ \text{kg}} = 7{,}93\ \text{m/s}^2 \simeq 8\ \text{m/s}^2$$

c) Y como en los m.c.u. la aceleración normal viene determinada por la expresión:

$$a = \frac{v^2}{r}$$

podemos despejar la velocidad y calcular su valor:

$$v = \sqrt{a \cdot r} = \sqrt{7{,}93\ \text{m/s}^2 \cdot 7{,}105 \cdot 10^6\ \text{m}} \rightarrow v = 7\,505\ \text{m/s}$$

d) Aplicando la expresión que relaciona el período del movimiento y la velocidad lineal en los m.c.u., tenemos que:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 7{,}105 \cdot 10^6\ \text{m}}{7\,505\ \text{m/s}} = 5\,948{,}30\ \text{s} \simeq 99\ \text{min}$$

31 **Un satélite de 2 900 kg gira alrededor de la Tierra en una órbita circular situada a una altura de 50 000 km sobre su superficie. Calcula:**

a) La velocidad orbital del satélite.

b) Cuánto pesa el satélite en dicha en órbita.

Datos: $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6\,400$ km; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m² · kg⁻².

a) Para resolver los problemas de movimientos de satélites, se comienza aplicando que la fuerza gravitatoria se comporta como una fuerza centrípeta. A partir de esta equivalencia, pueden obtenerse la mayoría de las incógnitas de los problemas de gravitación de este nivel:

$$F_g = F_c \rightarrow G \cdot m \cdot \frac{M}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r} \qquad v = \sqrt{\frac{G \cdot m}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 6 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}{6{,}4 \cdot 10^6\ \text{m} + 5 \cdot 10^7\ \text{m}}} \simeq 2\,664\ \text{m/s}$$

b) Para el cálculo del peso del satélite, se utiliza la LGU:

$$P = F_g = G \cdot m \cdot \frac{M}{r^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 2\,900\ \text{kg} \cdot 6 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}{(6{,}4 \cdot 10^6\ \text{m} + 5 \cdot 10^7\ \text{m})^2} \simeq 365\ \text{N}$$

32 **La masa de un satélite geoestacionario es de 800 kg:**

a) Calcula el radio de su órbita.

b) Determina cuánto pesa el satélite en esa órbita.

Datos: $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m^2 · kg^{-2}.

Los satélites geoestacionarios tienen un período de revolución alrededor de la Tierra de 24 h = 86400 s.

a) Para calcular el radio orbital *r*, es necesario hacer uso de dos expresiones, la primera considera la fuerza gravitatoria como una fuerza centrípeta y la segunda relaciona el período de un m.c.u. con la velocidad lineal de este, así:

$$F_g = F_c \rightarrow G \cdot m \cdot \frac{M}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad \rightarrow \quad v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

De la igualdad anterior, se despeja *r* y se obtiene para el radio orbital la expresión:

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}}$$

Y sustituyendo los datos en unidades S.I., resulta:

$$r = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 6 \cdot 10^{24}\ \text{kg} \cdot (86\,400\ \text{s})^2}{4 \cdot \pi^2}} = 42\,297\,520\ \text{m} \simeq 42{,}3\ \text{km}$$

b) Como se ha visto, el radio de la órbita no depende de la masa que tenga el satélite que orbita, sin embargo, esta sí condiciona el peso del cuerpo, que puede calcularse, mediante la LGU, como sigue:

$$Peso = F_g = G \cdot m \cdot \frac{M}{r^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 800\ \text{kg} \cdot 6 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}{(4{,}23 \cdot 10^7\ \text{m})^2} = 178{,}95\ \text{N}$$

33 **Un satélite LEO orbita a una altura de 1 000 km sobre la superficie terrestre, ¿cuál debe ser su velocidad para que se mantenga en órbita a esa altura?**

Datos: $g_0 = 9{,}8$ m/s^2; $R_T = 6\,400$ km.

Los datos que proporciona el enunciado condicionan la resolución del problema, por ello, mediante la expresión de la gravedad sobre la superficie terrestre:

$$g = G \cdot \frac{M}{R^2}$$

obtenemos la relación: $G \cdot M = g \cdot R^2$.

Considerando que la fuerza gravitatoria actúa como una fuerza centrípeta en los movimientos orbitales, podemos despejar la velocidad orbital y resolver:

$$F_g = F_c \quad \rightarrow \quad G \cdot m \cdot \frac{M}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{G \cdot m}{r}}$$

$$v = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_T^2}{r}} = \sqrt{\frac{9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (6{,}4 \cdot 10^6\ \text{m})^2}{6{,}4 \cdot 10^6\ \text{m} + 1 \cdot 10^6\ \text{m}}} = 7\,365\ \text{m/s}$$