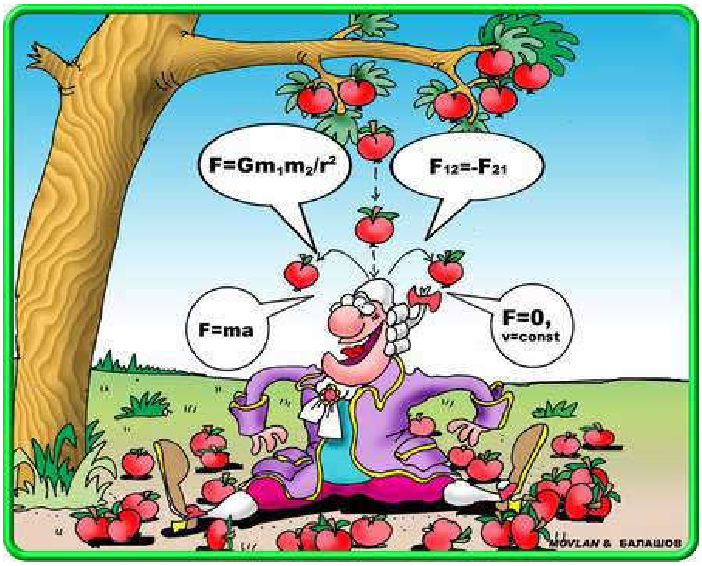
Departamento de
Física y Química
I.E.E.S. Juan Ramón Jiménez
Casablanca

Tema 2

Dinámica

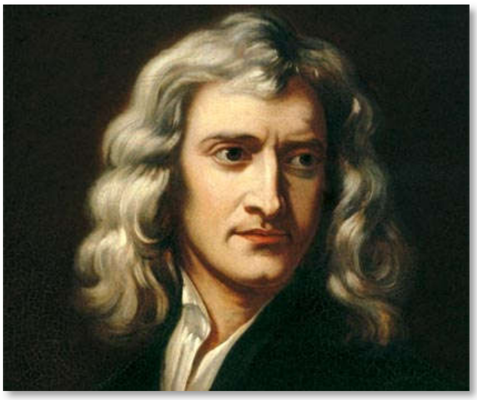


Temario Física y Química 4º ESO

© Raúl González Medina

Tema 2

2.1.- Introducción



La **dinámica** es la rama de la física que describe la evolución en el tiempo de un sistema físico en relación con los motivos o causas que provocan los cambios en su estado de movimiento. El objetivo de la dinámica es describir los factores capaces de producir alteraciones de un sistema físico, cuantificarlos y plantear las ecuaciones de movimiento para dicho sistema. El estudio de la dinámica es prominente en los sistemas mecánicos (clásicos, relativistas o cuánticos), pero también en la termodinámica y electrodinámica.

La dinámica, también conocida como Mecánica clásica, se basa en tres leyes o principios que fueron enunciados por el científico inglés Isaac Newton (1643-1727). Estas tres leyes del movimiento se recogen en una de sus obras más importantes: el libro titulado "Principios matemáticos de la filosofía natural (1687)".

Realmente podrían reducirse a sólo dos leyes, ya que la segunda incluye a la primera. Sin embargo, así es como él las presentó, es más fácil para comprenderlas y además la primera realmente fue propuesta por Galileo Galilei (1564-1642).

2.2.- Conceptos Previos

Como ya hemos visto, la ***dinámica*** es la parte de la Física que estudia las fuerzas en relación con los movimientos que producen.

2.2.1.- Concepto de punto material

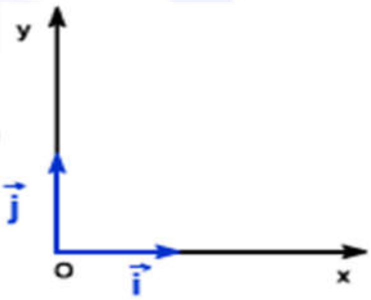
En este tema consideraremos solamente el movimiento de traslación de un cuerpo, y con el objeto de simplificar su estudio, nos referiremos al llamado ***punto material***.

Un ***punto material*** es un punto geométrico (sin dimensiones) con masa, y que no presenta rotaciones ni deformaciones, siendo lo único que se puede observar en él la posición que ocupa en un instante determinado, así como sus cambios de posición respecto a un sistema de referencia.

2.2.2.- Sistema de Referencia inercial

Como ya vimos en el capítulo anterior, entendemos por sistema de referencia, al punto respecto del cual vamos a estudiar el movimiento. En nuestro caso utilizaremos como sistema de referencia el punto **O**, punto de corte de los ejes de coordenadas cartesianos X e Y representados por los vectores:

$$\hat{i} = (1,0) \quad y \quad \hat{j} = (0,1)$$

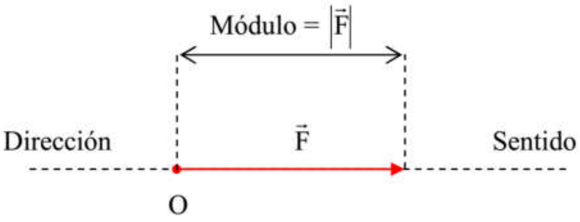


Sistema de Referencia Inercial (SRI) es sistema de referencia fijo o en movimiento rectilíneo y uniforme (con velocidad cte.) que verifica las leyes de Newton.

2.3.- Las fuerzas y sus efectos

Las fuerzas están actuando continuamente sobre los objetos que nos rodean. El concepto de fuerza, parte, pues, de una idea intuitiva basada en los efectos que la fuerza produce sobre los cuerpos.

Una **fuerza** es la interacción de un cuerpo con algo externo a él y es capaz de modificar su estado de movimiento o de reposo o de producirle una deformación.
Se trata de una magnitud vectorial y por tanto se caracteriza por poseer módulo, dirección, sentido y punto de aplicación o punto origen.



La unidad en el Sistema Internacional es el ***Newton*** (N). Un Newton es la fuerza que al aplicarse sobre una masa de un kilogramo (Kg) le provoca una aceleración de un metro por segundo al cuadrado (m/s^2).

> Una ***fuerza*** es todo aquello que puede deformar un cuerpo o bien modificar su estado de reposo o de movimiento.

Una fuerza, al actuar sobre un cuerpo, puede producir:

- Un cambio en su movimiento (una aceleración)
- Una deformación del cuerpo:
    - Los ***cuerpos elásticos*** recuperan su forma inicial al dejar de hacer las fuerzas que los deforman (siempre que no sean tan intensas que les hagan perder la elasticidad). Ejemplo claro de este tipo de cuerpos son los muelles, golpear un balón..
    - Los ***cuerpos plásticos*** no recuperan su forma inicial una vez que cesa dicha fuerza. Ejemplo de este tipo de cuerpos es la plastilina.

2.3.1.- Suma de Fuerzas. Fuerza Resultante

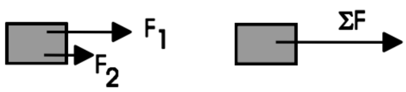
A la hora de sumar fuerzas, hemos de tener en cuenta lo siguiente:

- Para poder sumar dos o más fuerzas, deben estar aplicadas al mismo cuerpo. No podemos sumar fuerzas que estén aplicadas a cuerpos diferentes.

- El resultado de sumar todas las fuerzas aplicadas a un cuerpo es otra fuerza, denominada resultante $\left(\sum \vec{F}\right)$. Esta resultante produce el mismo efecto que el conjunto de fuerzas que hemos sumado, y puede sustituirlas a todas ellas.

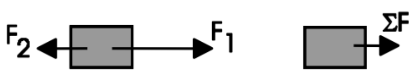
- Las fuerzas son vectores (con dirección, sentido…). El resultado de sumar dos fuerzas depende de la dirección que tengan, es decir, del ángulo que formen entre ellas.

Fuerzas de igual dirección y sentido:



$\vec{R} = \sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

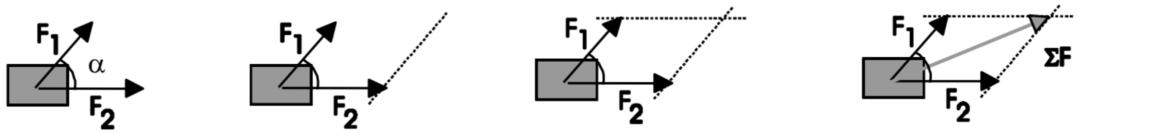
Fuerzas de igual dirección y sentidos opuestos:



$\vec{R} = \sum \vec{F} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$

Fuerzas de diferentes direcciones: $\vec{R} = \sum \vec{F}$ se calcula gráficamente y numéricamente

Gráficamente:



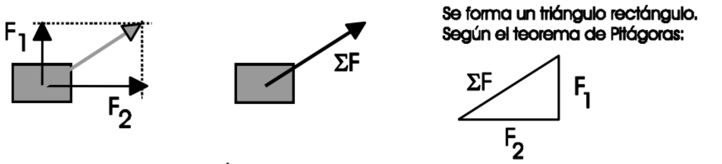
Desde el extremo de F2 se dibuja una línea paralela a F1

Ahora, desde el extremo de F1 dibujamos otra línea paralela a F2

El vector de la fuerza resultante R se dibuja desde el punto de aplicación hasta el punto de corte de las dos líneas.

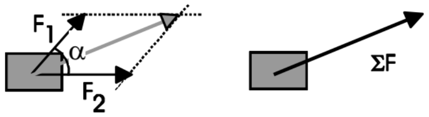
Numéricamente

Si las fuerzas son PERPENDICULARES (forman un ángulo de 90º entre ellas):



$$\Sigma F = \sqrt{F_1^{\,2} + F_2^{\,2}}$$

Si las fuerzas forman un ÁNGULO CUALQUIERA α:



$$\Sigma F = \sqrt{F_1^{\,2} + F_2^{\,2} + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$$

2.4.- La dinámica y sus leyes

Las **leyes de Newton**, también conocidas como **leyes del movimiento de Newton**, son tres principios a partir de los cuales se explican una gran parte de los problemas planteados en mecánica clásica, en particular aquellos relativos al movimiento de los cuerpos, que revolucionaron los conceptos básicos de la física y el movimiento de los cuerpos en el universo.

2.4.1.- Primer Principio o Principio de Inercia

Si sobre un cuerpo no actúa fuerza alguna, o la resultante de las fuerzas que actúan sobre él es nula, el cuerpo permanece indefinidamente en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo y uniforme.

2.4.2.- Segundo Principio o Principio fundamental

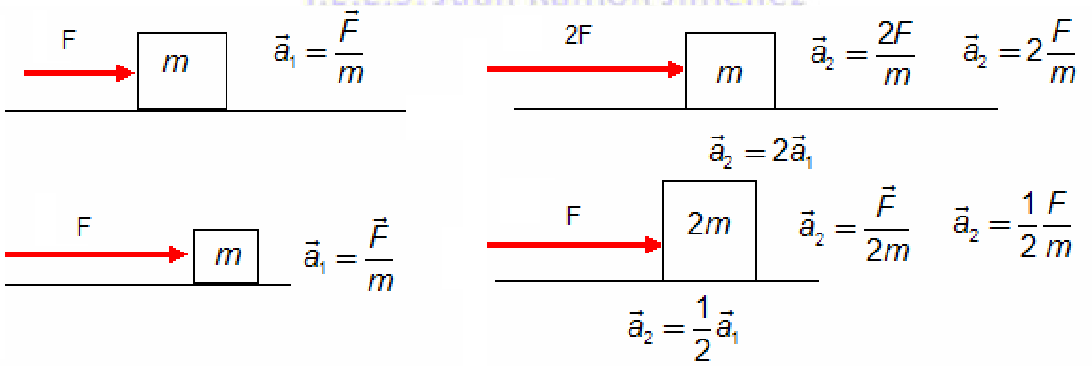
Si sobre un cuerpo actúa una fuerza, o varias (Principio de superposición) cuya resultante no sea nula, se le comunica una aceleración que es directamente proporcional a la intensidad de la fuerza aplicada e inversamente proporcional a una cantidad característica del cuerpo denominada masa inerte.

Matemáticamente: $a = \dfrac{\sum F}{m}$

Como la fuerza y la aceleración son magnitudes vectoriales, la ecuación anterior se puede expresar como:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$$

Donde la resultante de las fuerzas aplicadas al cuerpo $\sum \vec{F}_{ext}$ y la aceleración, $\vec{a}$, tienen la misma dirección y sentido.



$\vec{a}_1 = \dfrac{\vec{F}}{m}$ $\quad$ $\vec{a}_2 = \dfrac{2F}{m}$ $\quad$ $\vec{a}_2 = 2\dfrac{F}{m}$

$\vec{a}_2 = 2\vec{a}_1$

$\vec{a}_1 = \dfrac{\vec{F}}{m}$ $\quad$ $\vec{a}_2 = \dfrac{\vec{F}}{2m}$ $\quad$ $\vec{a}_2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{F}{m}$

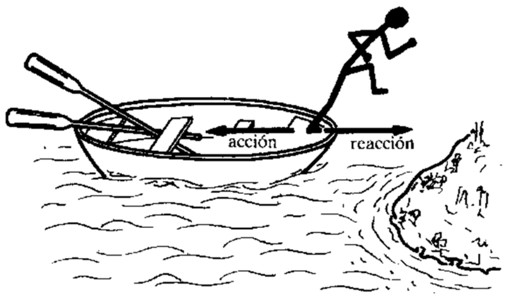
$\vec{a}_2 = \dfrac{1}{2}\vec{a}_1$

Departamento de Física y Química
I.E.E.S. Juan Ramón Jiménez

2.4.3.- Tercer Principio o Principio de acción y Reacción

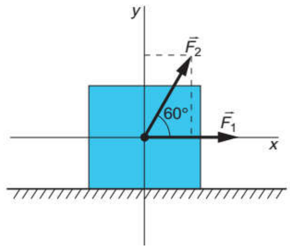
Si un cuerpo sobre actúa sobre otro con una fuerza (***acción***), éste reacciona contra el primero con una fuerza igual, de la misma dirección y de sentido contrario (***reacción***).

$$\vec{F}_{\text{Acción}} = -\vec{F}_{\text{Reacción}}$$



Ejemplo: Sobre un cuerpo de 20 kg, apoyado en un plano horizontal, actúan dos fuerzas concurrentes y horizontales de 10 N cada una, que forman entre sí un ángulo de 60°. Si no hay rozamiento, calcula la fuerza resultante que actúa sobre él y la aceleración que adquiere.

En la figura podemos ver la representación de la situación descrita en el enunciado.
Escritas en notación vectorial, las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son las siguientes:



$$\vec{F}_1 = F_1\hat{\imath} = 10\ \hat{\imath}\ N$$
$$\vec{F}_2 = F_{2x}\hat{\imath} + F_{2y}\hat{\jmath} = 10\cdot\cos 60\ \hat{\imath} + 10\cdot \text{sen} 60\ \hat{\jmath} = 5\hat{\imath} + 5\sqrt{3}\hat{\jmath}\ \ N$$

La fuerza total que actúa sobre el cuerpo es la resultante de la suma de estas dos fuerzas.
Por tanto:

$$\vec{R} = \sum\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 10\hat{\imath} + 5\hat{\imath} + 5\sqrt{3}\hat{\jmath} = 15\hat{\imath} + 5\sqrt{3}\hat{\jmath}\ \ \text{N}$$

Y el módulo de esta fuerza es:

$$\left\|\vec{R}\right\| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{15^2 + \left(5\sqrt{3}\right)^2} = 17{,}32N$$

Para averiguar la aceleración que adquiere el cuerpo, aplicamos la segunda ley de Newton:

$$\sum\vec{F}_{ext} = m\cdot\vec{a} \quad\rightarrow\quad \vec{a} = \frac{\sum\vec{F}_{ext}}{m} = \frac{15\hat{\imath} + 5\sqrt{3}\hat{\jmath}\ \ \text{N}}{20Kg} = \left(0{,}75\hat{\imath} + 0{,}43\hat{\jmath}\right)m\cdot s^{-2}$$

Y su módulo:

$$\left\|\vec{a}\right\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{0{,}75^2 + 0{,}43^2} = 0{,}86\ m\cdot s^{-2}$$

2.5.- Fuerza y movimiento

Tras estudiar las fuerzas que intervienen en la mayoría de los fenómenos físicos que encontramos en la vida cotidiana, observamos que aplicando adecuadamente el principio fundamental de la dinámica podemos resolver cualquier problema de este tipo que se nos presente. Estudiaremos algunos casos:

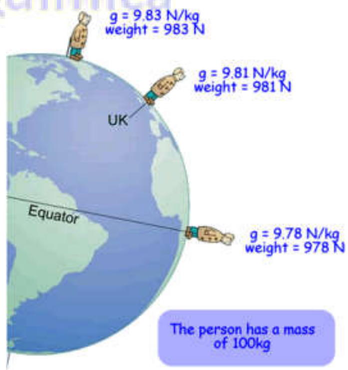
2.5.1.- Dinámica de la caída libre de los cuerpos.

Departamento de Física y Química
I.E.E.S. Juan Ramón Jiménez

La tierra ejerce una fuerza de atracción sobre todos los cuerpos que se encuentran a su alrededor. De acuerdo con la segunda ley de Newton, esta fuerza, llamada peso, produce una aceleración en los cuerpos que se denomina aceleración de la gravedad y que se simboliza como $\vec{g}$, siempre vertical y hacia abajo y de módulo en la superficie de la tierra de 9,81 m/s^2. $\vec{g} = 9{,}81\hat{\jmath}$

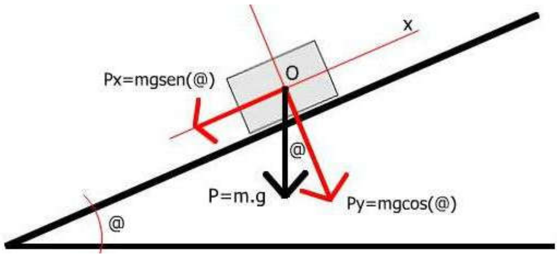
$$\vec{P} = m\cdot\vec{g}$$

El ***peso*** es la fuerza que ejerce la Tierra sobre los cuerpos que se encuentran dentro de su campo de acción. Es una magnitud vectorial.



2.5.2.- Caída por planos inclinados.

Cuando un cuerpo cae siguiendo una trayectoria inclinada respecto a la vertical, parte de su peso lo soporta el plano y otra parte será responsable de la caída. Es como si el cuerpo pesara menos.



Si dibujamos un sistema de referencia con su origen en el cuerpo (punto material) y el eje de abscisas paralelo al plano, de inclinación α, podemos descomponer con la ayuda de la trigonometría la fuerza peso en dos componentes rectangulares, p_x y p_y.

Para encontrar el triángulo semejante al del plano inclinado, prolongamos las líneas del eje y, y de la dirección del peso, estas dos líneas cortan a las dos del plano en ángulo recto.

$$sen\alpha = \frac{p_x}{p} \quad \rightarrow \quad p_x = p \cdot sen\alpha \qquad \cos\alpha = \frac{p_y}{p} \quad \rightarrow \quad p_y = p \cdot \cos\alpha$$

Con lo que podemos calcular la componente del peso paralela al plano p_x, que será la responsable de la caída.

Aplicando la segunda ley de newton:

$$F = m \cdot a \quad \rightarrow \quad P_x = m \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \frac{P_x}{m} = \frac{m \cdot g \cdot sen\alpha}{m} = g \cdot sen\alpha$$

La aceleración con que un cuerpo se desliza por un plano inclinado es siempre menor que g en un factor que es, precisamente, el seno del ángulo de inclinación del plano, α.

$$a = g \cdot sen\alpha$$

2.5.3.- Dinámica del movimiento circular.

En el tema anterior, hemos visto que todo punto material de masa m que describe una trayectoria circular, con velocidad cte. V, está sometido a una ***aceleración radial, normal o centrípeta***, de valor:

$$a_r = \frac{V^2}{R}$$

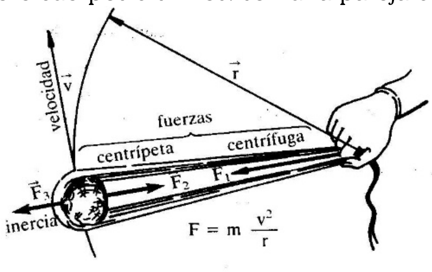
siendo R el radio de la circunferencia descrita.

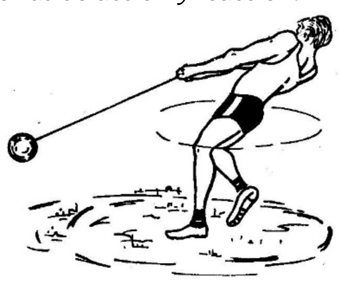
Por lo tanto, según el principio fundamental, ha de existir una fuerza que origine ésta aceleración. A esta fuerza, dirigida constantemente hacia el centro se la denomina ***fuerza centrípeta***.

$$F_c = m \cdot a = m \cdot \frac{V^2}{R} = m \cdot \frac{(\omega \cdot R)^2}{R} = m \cdot \omega^2 \cdot R = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R$$

Donde T es el periodo de revolución.

Si hacemos girar una piedra sujeta a nuestra mano con una cuerda, la mano ejerce sobre la piedra una ***fuerza centrípeta*** (acción), pero de acuerdo con el tercer principio de la Dinámica, la piedra reacciona sobre la mano con una fuerza igual y de sentido contrario (reacción) llamada ***fuerza centrífuga***. Ambas fuerzas son reales y actúan sobre cuerpos distintos: son una pareja de fuerzas de acción y reacción.





Departamento de Física y Química
I.E.E.S. Juan Ramón Jiménez

2.6.- Tipos de Fuerzas

Las fuerzas se pueden clasificar atendiendo al tiempo que dura su actuación o al valor de su módulo. En el primer caso se dividen en instantáneas y continuas, mientras que en el segundo se dividen en constantes y variables.

- **Fuerza Instantánea:** Es aquella fuerza que actúa durante un tiempo corto, que resulta inapreciable.

Las fuerzas instantáneas producen en los cuerpos movimientos rectilíneos y uniformes.

- **Fuerza Continua:** Es aquella fuerza que actúa durante un tiempo suficientemente largo como para ser medido; por ejemplo, cuando empujamos un coche.

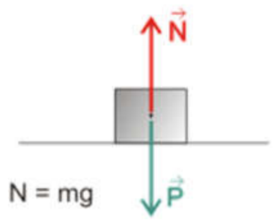
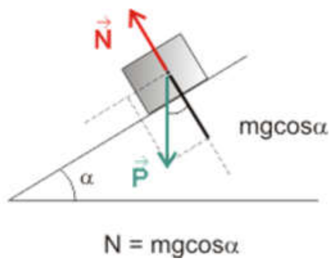
Una fuerza continua es ***constante*** si conserva, mientras actúa, ***la misma intensidad***, y será ***variable*** si su ***intensidad varía***.

Una fuerza continua produce un movimiento variado. Si la fuerza ***continua es constante***, el movimiento será ***uniformemente variado o circular uniforme***, y si es ***variable***, ***variado no uniformemente***.

Por otra parte, las fuerzas que existen alrededor nuestro son responsables de algunos fenómenos que podemos observar. Además de la fuerza peso y de las fuerzas centrípeta y centrífuga, vistas en el apartado anterior veremos algunas otras de especial relevancia.

2.6.1.- La fuerza Normal.

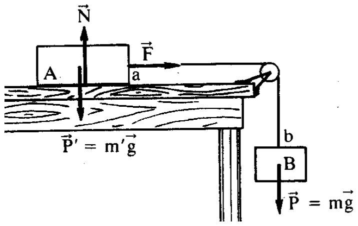
Debido a su peso, todo cuerpo apoyado sobre una superficie rígida ejerce una fuerza sobre ella. Según el principio de acción y reacción, la superficie ejercerá sobre el objeto una fuerza de reacción igual en módulo y dirección, pero de sentido contrario. Esta fuerza se denomina ***normal***, porque tienen una dirección normal o perpendicular al plano, y se simboliza por: $\vec{N}$

	
Si el plano es horizontal, la fuerza normal se cancela con el peso porque ambas son iguales, pero de sentido contrario. $\vec{N} = \vec{P}$	Si el plano no es horizontal, la fuerza peso y la normal no tienen la misma dirección y por tanto no se cancelan. En este caso, coincide con la componente vertical del peso. $\vec{N} = \vec{P_y} = m \cdot g \cdot \cos\alpha$

2.6.2.- La Tensión ó fuerza en hilos y poleas

Los hilos y las cuerdas solo sirven para transmitir fuerzas de un cuerpo a otro, y las poleas fijas se utilizan para modificar la dirección y el sentido de las fuerzas transmitidas por los hilos.

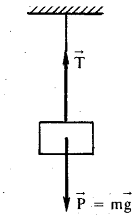
Así, por ejemplo, en la figura la cuerda ab transmite al cuerpo A la fuerza ejercida por el peso del cuerpo B, y la polea transforma en horizontal la dirección vertical de la fuerza $\vec{P}$.



Si aplicamos a los extremos de un hilo o cuerda dos fuerzas iguales en intensidad y de sentido contrario, el hilo se pone tenso.

Tensión de un hilo es cada una de las fuerzas que éste soporta en sus extremos.

Tensión que soporta una cuerda que sujeta un cuerpo en reposo:

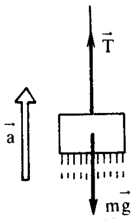


En este caso tiene que ocurrir que la fuerza neta sea nula.

Por tanto $T - P = 0$

De donde: $\boxed{T = P = m \cdot g}$

Tensión que soporta una cuerda sujeta a un cuerpo que sube con aceleración cte:

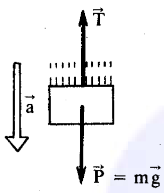


Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son las representadas en la figura. Para que exista M.R.U.A. tiene que haber una fuerza cte. $\vec{T}$ que sea mayor que la que se opone al movimiento del cuerpo $\vec{P}$. Según esto:

$$T - m \cdot g = m \cdot a$$

De donde: $\boxed{T = m(g + a)}$

Tensión que soporta una cuerda una cuerda que cae con aceleración cte.

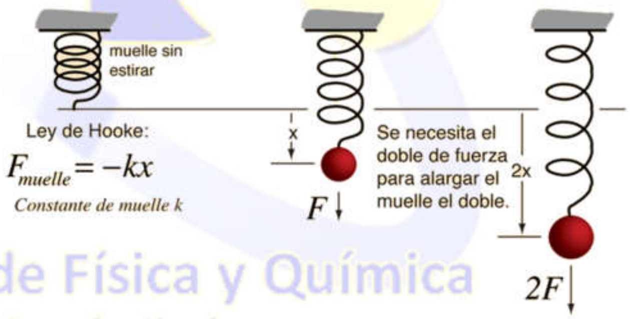


Según esto, para que el cuerpo caiga con aceleración cte. Tiene que existir una fuerza cte. Mayor que la que se opone al movimiento $\vec{T}$.

Por tanto, en este caso: $\boxed{T = m(g - a)}$

2.6.3.- La Fuerza en los muelles.

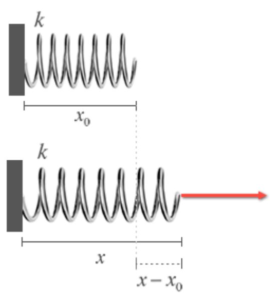
Cuando aplicas una fuerza a un muelle, probablemente este se alargará. Si duplicas la fuerza, el alargamiento también se duplicará. Esto es lo que se conoce como la ley de Hooke.



La ***ley de Hooke*** establece que el alargamiento de un muelle es directamente proporcional al módulo de la fuerza que se le aplique, siempre y cuando no se deforme permanentemente dicho muelle.

$$F = -K(x - x_o)$$

donde:



- F es el módulo de la fuerza que se aplica sobre el muelle.
- k es la constante elástica del muelle, que relaciona fuerza y alargamiento. Cuanto mayor es su valor más trabajo costará estirar el muelle. Depende del tipo de muelle, y para cada muelle es distinta.
- x_0 es la longitud del muelle sin aplicar la fuerza o longitud inicial.
- x es la longitud que se estira el muelle al aplicar la fuerza.

Departamento de Física y Química
I.E.E.S. Juan Ramón Jiménez

Ejemplo: ***Un muelle sujeto por su extremo superior soporta un cuerpo de masa 0,01 kg, estando ambos en reposo. Se observa que al aplicar una fuerza de 2N en el resorte se alarga 8cm y que al soltarlo inicia un movimiento vibratorio armónico. Calcula su constante elástica.***

Según la ley de Hooke, la constante elástica k del muelle vendrá dada por: $K = \frac{F}{x} = \frac{2N}{0{,}08m} = 25N/m$

2.7.- Fuerza de rozamiento y movimientos en el plano.

2.7.1.- La Fuerza de Rozamiento

Fuerza de rozamiento es toda fuerza opuesta al movimiento, la cual se manifiesta en la superficie de contacto entre dos sólidos, siempre que uno de ellos tienda a moverse sobre el otro.

Cuando una fuerza logra mover un cuerpo y éste adquiere una aceleración, ésta no corresponde a la fuerza aplicada, sino a otra fuerza que es igual a la diferencia entre la ejercida y la de rozamiento:

$$F_{efectiva} = F_{aplicada} - F_{rozamiento}$$

Leyes del rozamiento:

- El rozamiento es independiente de la velocidad de la superficie de los cuerpos en contacto.
- El rozamiento depende de la naturaleza de los cuerpos en contacto y del grado de pulimento de sus superficies.
- La fuerza de rozamiento es proporcional a la reacción normal del plano sobre el que se desliza el cuerpo.

$$F_r = \mu \cdot N$$

Donde N representa la fuerza normal de reacción del plano y μ es un coeficiente adimensional de proporcionalidad característico de las superficies en contacto y denominado ***coeficiente de rozamiento***.

$$\mu = \frac{F_r}{N}$$

Coeficiente de rozamiento de un cuerpo sobre otro es la relación que existe entre la fuerza de rozamiento y la reacción normal del plano de deslizamiento sobre el cuerpo.

Se observa que hay que hacer más fuerza para iniciar el movimiento de un sólido (***rozamiento estático***) que para mantenerlo en movimiento una vez iniciado éste (***rozamiento dinámico***). De ahí que tengamos que distinguir dos coeficientes de rozamiento: ***Coeficiente de rozamiento estático*** y ***coeficiente de rozamiento dinámico***.

- El coeficiente de rozamiento estático μ_e es mayor que el coeficiente de rozamiento dinámico μ_d.

La fuerza de rozamiento siempre actúa en sentido contrario al movimiento del cuerpo que se desliza.

2.7.1.1.- Movimiento de un cuerpo sobre un plano horizontal con rozamiento

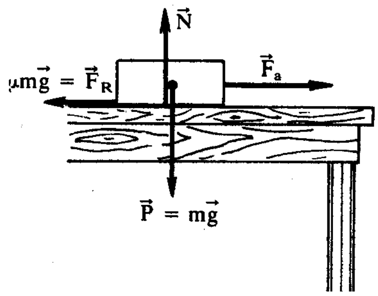
Un cuerpo en reposo sobre un plano horizontal se mantiene en equilibrio bajo la acción de dos fuerzas: Su peso y la reacción normal del plano:

$$mg - N = 0$$

Si aplicamos al cuerpo una fuerza horizontal, cuyo módulo vamos incrementando partiendo de cero, observamos que el cuerpo no inicia su movimiento hasta que la fuerza aplicada no alcance un determinado valor: ello indica la existencia de una fuerza de rozamiento que se opone a que comience el movimiento y cuyo valor es igual, en todo instante, al de la fuerza aplicada.

Si continuamos aumentando el módulo de $\vec{F}_a$, llegará un movimiento en que el cuerpo comenzará a moverse, y eso sucederá cuando la fuerza de rozamiento adquiera su valor máximo:

$$F_r = \mu_e \cdot N = \mu_e \cdot m \cdot g$$



Una vez que el cuerpo esté en movimiento, la fuerza de rozamiento disminuye hasta un valor:

$$F_e = \mu_d \cdot N = \mu_d \cdot m \cdot g$$

Según lo expuesto en el apartado anterior, la fuerza efectiva será igual a:

$$F_e = F_a - F_r = F_a - \mu_d \cdot m \cdot g$$

Y aplicando la ecuación fundamental de la dinámica, podemos deducir la aceleración con que se mueve el móvil:

$$F_a - \mu_d \cdot mg = ma$$

Y por lo tanto:

$$\boxed{a = \frac{F_a - \mu_d \cdot mg}{m}}$$

2.7.1.2.- Movimiento de caída de un cuerpo por un plano inclinado con rozamiento

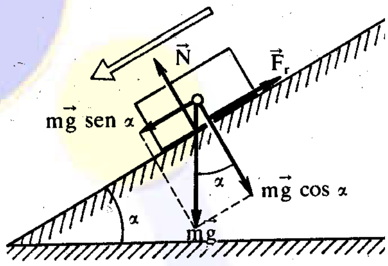
En este caso la fuerza que favorece el movimiento es la componente del peso en la dirección del plano, mientras que la componente perpendicular al mismo se equilibra con la reacción normal:

$$N = m \cdot g \cdot \mathrm{Cos}\,\alpha$$

La fuerza efectiva valdrá:

$$F_e = F_a - F_r = F_a - \mu_d \cdot N = mg \cdot Sen\alpha - \mu_d \cdot m \cdot g \cdot \mathrm{Cos}\,\alpha$$

$$F_e = mg\left[Sen\alpha - \mu_d \cdot \mathrm{Cos}\,\alpha\right]$$



Y aplicando la ecuación fundamental de la dinámica, obtenemos:

$$mg(Sen\alpha - \mu_d \cdot \mathrm{Cos}\,\alpha) = m \cdot a$$

De donde:

$$\boxed{a = g\left(Sen\alpha - \mu_d \cdot \mathrm{Cos}\,\alpha\right)}$$

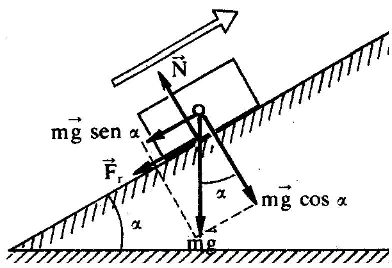
Departamento de Física y Química
I.E.E.S. Juan Ramón Jiménez

2.7.1.3.- Movimiento de ascenso de un cuerpo por un plano inclinado con rozamiento:

Cuando un cuerpo sube por un plano inclinado, tras haberle aplicado una fuerza instantánea inicial, tenemos:

Aplicando la ecuación fundamental de la dinámica:

$$-m \cdot g \cdot Sen\alpha - F_r = m \cdot a \qquad - m \cdot g \cdot Sen\alpha - \mu_d \cdot m \cdot g \cdot \mathrm{Cos}\,\alpha = m \cdot a \quad ;$$



De donde:

$$\boxed{a = -g\left[Sen\alpha + \mu_d \cdot \mathrm{Cos}\,\alpha\right]}$$

2.7.1.4.- Determinación experimental del coeficiente de rozamiento:

Se coloca un cuerpo sobre un plano inclinado de pendiente variable, y a partir de la horizontal, se va aumentando poco a poco el ángulo de inclinación hasta conseguir que el cuerpo deslice con movimiento uniforme.

En este caso, la aceleración de caída es nula y podemos expresar: $a = g(Sen\alpha - \mu_d \cdot Cos\,\alpha) = 0$

De donde:

$$\boxed{\mu_d = \frac{Sen\alpha}{Cos\,\alpha} = \tan\alpha}$$

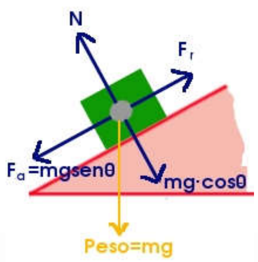
El ***coeficiente de rozamiento dinámico*** μ_d entre dos superficies viene dado por la tangente del ángulo mínimo necesario para que el cuerpo deslice con ***movimiento uniforme***.

Para iniciar el movimiento es necesario una inclinación mayor del plano, correspondiente al coeficiente de rozamiento estático.

$$\boxed{\mu_e = \tan\alpha'}$$

El ***coeficiente de rozamiento estático*** μ_e entre dos superficies viene dado por la tangente del ángulo mínimo necesario para iniciar el deslizamiento.

Ejemplo: *Sobre un plano inclinado 30° respecto a la horizontal se coloca un cuerpo de 100 gr de masa, si el coeficiente de rozamiento entre el plano y el cuerpo es de 0,4.*
a) Calcula la fuerza que provoca el deslizamiento.



Aplicando la 2ª ley de Newton, tenemos que: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$, sobre nuestro cuerpo, tenemos:

$$P_x - F_r = m \cdot a_x \quad \Rightarrow \quad mgsen\alpha - \mu mg\cos\alpha = m \cdot a_x$$

por tanto, como el deslizamiento se produce a lo largo del eje x, la fuerza que lo provoca será:

$$F = mgsen\alpha - \mu mg\cos\alpha = m \cdot g(sen\alpha - \mu\cos\alpha)$$

De donde sustituyendo valores, obtenemos:

$$F = m \cdot g(sen\alpha - \mu\cos\alpha) = 0{,}1kg \cdot 9{,}81N \cdot Kg^{-1} \cdot \left(\frac{1}{2} - 0{,}4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0{,}15N$$

Como: $F_x = m \cdot g(sen\alpha - \mu\cos\alpha) = m \cdot a_x \quad \Rightarrow \quad a_x = g(sen\alpha - \mu\cos\alpha) = 9{,}81m \cdot s^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2} - 0{,}4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1{,}5m \cdot s^{-2}$

b) Calcula la aceleración de éste, la velocidad a los 5 segundos de iniciado el movimiento y el espacio recorrido en ese tiempo.

Al cabo de 5 segundos, y puesto que se trata de un MRUA, tendremos: $v_x = a_x \cdot t = 1{,}5m \cdot s^{-2} \cdot 5s = 7{,}5m \cdot s^{-1}$, y al cabo de ese tiempo el cuerpo habrá recorrido un espacio igual a: $x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 1{,}5m \cdot s^{-2} \cdot 25s^2 = 18{,}75\ m$

2.8.- La Gravitación universal.

Cuando en el espacio vacío se introduce una partícula, ésta lo perturba, modifica, haciendo cambiar su geometría, de modo que otra partícula que se sitúa en él, estará sometida a una acción debida a la deformación producida por la primera, es decir; las partículas interaccionan por medio de los campos que ellas crean.

¿Y qué entendemos por campo?

Se llama ***campo*** a toda región del espacio tal que en cada uno de sus puntos se ponen de manifiesto valores iguales o distintos de una magnitud física.

© Raúl González Medina 2017

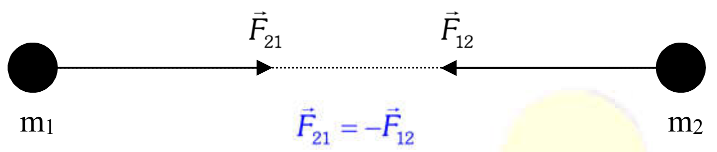
Si la magnitud física que se pode de manifiesto es vectorial, diremos que el campo es vectorial, mientras que, si la magnitud es escalar, el campo será escalar.

Si la magnitud física es una fuerza, el campo se llama campo vectorial de fuerzas.

Campo gravitatorio es un campo vectorial de fuerzas cuya magnitud activa es la masa.

2.8.1.- Ley de la Gravitación Universal

Una masa crea a su alrededor un campo gravitatorio, dicho campo se manifiesta cuando un objeto se sitúa en la zona de influencia de la masa, tal que, al colocarla allí, el objeto se ve sometido a una fuerza de atracción, que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional a la distancia al cuadrado que las separa.



$$\vec{F} = -G\frac{M_1 \cdot M_2}{r^2}\cdot\hat{r}$$

$$\left\|\vec{F}\right\| = F = G\frac{M_1 \cdot M_2}{r^2}$$

donde G es la cte. de gravitación universal y vale $6{,}67\cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2 y el vector $\hat{r}$ es un vector unitario en la dirección de la recta que une las dos masas. El signo negativo (-) indica que la fuerza es siempre atractiva.

***Ejemplo:* Un bloque de 5 toneladas dista de otro, de masa 1 tonelada, una distancia de 5m. Este segundo bloque se apoya sobre un suelo horizontal, cuyo coeficiente de rozamiento contra él vale 0,02. Explicar razonadamente por qué el segundo bloque no se mueve hacia el primero.**

La fuerza gravitatoria con la que atrae hacia sí el primer bloque al segundo viene dada por la ley de la gravitación universal:

$$F = G\frac{m\cdot m'}{r^2} = \frac{6{,}67\cdot 10^{-11} N\cdot m^2\cdot kg^{-2}\cdot 5000kg\cdot 1000kg}{25m^2} = 1{,}33\cdot 10^{-5} N$$

La fuerza de rozamiento que impide el movimiento del segundo bloque hacia el primero vale:

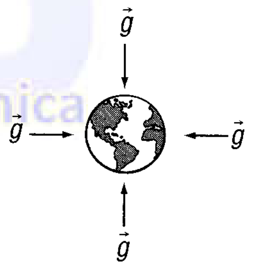
$$F_r = \mu\cdot N = \mu\cdot m\cdot g = 0{,}02\cdot 1000kg\cdot 9.81m\cdot s^{-2} = 196N$$

Como vemos es mucho mayor que la fuerza de atracción entre ambos bloques. Por eso, el bloque segundo no se mueve hacia el primero.

2.8.2.- Intensidad del campo Gravitatorio

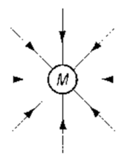
La intensidad del campo gravitatorio $\vec{g}$ que crea un cuerpo de masa M en un punto del campo situado a una distancia $\vec{r}$ de la masa, es la relación que existe entre la fuerza gravitatoria $\vec{F}$ a la que está sometido un cuerpo situado en dicho punto y el valor de la masa m.

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-G\frac{M\cdot m}{r^2}\cdot\hat{r}}{m} = -G\frac{M}{r^2}\cdot\hat{r}$$



La dirección y el sentido de la intensidad del campo gravitatorio los proporciona la fuerza gravitatoria $\vec{F}$, ello permite intuir como son las líneas de fuerza del campo gravitatorio.

Por tanto, el campo gravitatorio es un vector que tiene como dirección la recta que une el centro del cuerpo con el punto donde se calcula, y con sentido siempre dirigido hacia el cuerpo que crea el campo gravitatorio. Se mide en [N/kg].

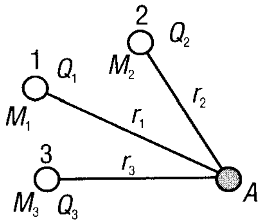


Las ***líneas de campo*** son radiales, con origen en la masa o carga puntual. La densidad de las líneas de campo está relacionada con la intensidad del campo. El vector campo es tangente a las líneas de campo en cada punto.

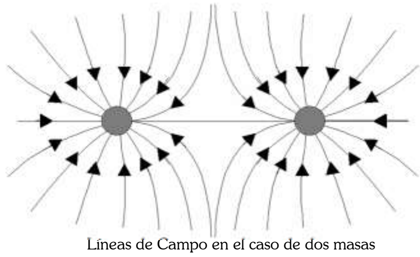
Departamento de Física y Química I.E.E.S. Juan Ramón Jiménez

2.8.3.- Principio de Superposición

El campo gravitatorio creado en un punto del espacio por un sistema de masas respectivamente es la suma vectorial de los campos creados en aquel punto por cada una de las masas por separado.



$$\vec{g}_A = \sum_i \vec{g}_i = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \vec{g}_3 + \ldots\ldots + \vec{g}_n$$



Líneas de Campo en el caso de dos masas

Ejemplo: Calcula el vector intensidad de campo gravitatorio creado por dos masas de 10 kg situadas en los puntos (0,3) y (4,0) en el origen de coordenadas.

Calculamos el campo gravitatorio creado por cada una de ellas en el origen de coordenadas:

$$\vec{g}_1 = -G\frac{M}{r^2}\cdot\hat{r} = -G\frac{10}{9}\cdot\hat{j} \qquad \vec{g}_2 = -G\frac{M}{r^2}\cdot\hat{r} = -G\frac{10}{16}\cdot\hat{i}$$

Y ahora mediante el principio de superposición, sumamos vectorialmente ambos vectores:

$$\vec{g} = -G\frac{10}{16}\cdot\hat{i} - G\frac{10}{9}\cdot\hat{j} = -G\left(\frac{10}{16}\hat{i} + \frac{10}{9}\hat{j}\right) N\cdot kg^{-1}$$

2.8.4.- Campo Gravitatorio en la superficie terrestre.

Como hemos visto con anterioridad, la intensidad del campo gravitatorio se calcula mediante:

$$\vec{g} = -G\frac{M}{r^2}\cdot\hat{r}$$

En la superficie de la tierra tendremos que:

$$g_o = -G\frac{M_T}{R_T^2} = 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{5{,}98\cdot 10^{24}}{\left(6{,}37\cdot 10^6\right)^2} = 9{,}829\ \text{N}\cdot kg^{-1}$$

En un punto situado a una altura h (grande) de la superficie terrestre, tendremos:

$$g = -G\frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

y como

$$g_o = -G\frac{M_T}{R_T^2}$$

Valores de g al nivel del mar en algunos puntos de la superficie terrestre:

Polo norte: g_o= 9,832 N/Kg
Madrid: g_o= 9,80 N/Kg
Ecuador: g_o= 9,781 N/Kg
París: g_o= 9,81 N/Kg

Masa de la Tierra:
5,9736·10^{24} Kg

Radio medio Tierra:
6371 km

Departamento de Física y Química
I.E.E.S. Juan Ramón Jiménez

Dividiendo ambas expresiones miembro a miembro tenemos:

$$\frac{g_o}{g} = \frac{\dfrac{GM_T}{R_T^2}}{\dfrac{GM_T}{(R_T+h)^2}} = \frac{(R_T+h)^2}{R_T^2} = \frac{R_T^2 + h^2 + 2R_T h}{R_T^2} = 1 + \frac{2h}{R_T} + \frac{h^2}{R_T^2} = \left(1 + \frac{g}{R_T}\right)$$

De donde despejando g obtenemos:

$$g = \frac{g_o}{\left(1 + \dfrac{h}{R_T}\right)^2}$$

Que es el valor de la intensidad del campo gravitatorio terrestre a una distancia h (grande) de la superficie.

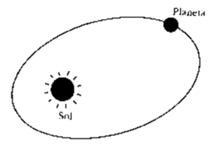
Si la distancia no es muy grande, g se calcula mediante: $g = g_o \cdot \left(1 - \frac{2h}{R_T}\right)$

Si por el contrario el valor de g bajo el nivel del mar lo calcularíamos mediante: $g = g_o \left(1 - \frac{h}{R_T}\right)$

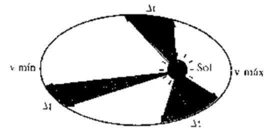
2.8.5.- Movimiento Planetario.

2.8.5.1.- Leyes de Kepler

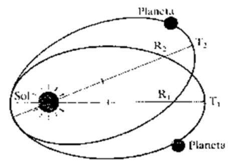
<u>1ª Ley:</u> *Los planetas en su movimiento alrededor del sol describen orbitas elípticas, estando este en uno de los focos de dicha elipse.*



<u>2ª Ley.</u> *El segmento que une el sol con un planeta barre áreas iguales en tiempo iguales.(Velocidad areolar constante).*



<u>3ª Ley.</u> *El cuadrado del periodo de revolución de un planeta alrededor del sol es proporcional al cubo de la distancia media del planeta al sol.*



$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} = \ldots.. = cte$$

<u>Ejemplo:</u> **La luna dista de la tierra 384.000 km y su periodo de revolución alrededor de esta es 27,32 días. ¿Cuál será su periodo de revolución si se encontrase a 100000km de la tierra?**

Según la tercera ley de Kepler: El cuadrado del periodo de revolución de un planeta alrededor del sol es proporcional al cubo de la distancia media del planeta al sol.

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} = \ldots.. = cte$$

Por tanto:

$$T_2 = T_1 \sqrt{\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3} = 27{,}32 dias \cdot \sqrt{\left(\frac{100000km}{384000km}\right)^3} = 3{,}63 dias$$

2.8.5.2.- Dinámica del movimiento Planetario

<u>Velocidad Orbital:</u>

Departamento de Física y Química
I.E.E.S. Juan Ramón Jiménez

Para analizar el movimiento de un planeta alrededor del sol. Aproximamos la órbita del planeta a una circunferencia, es decir, suponemos la trayectoria del planeta circular. Si aplicamos la segunda ley de Newton al movimiento del planeta tendremos:

$$\boxed{\sum F = m_p \cdot a}$$

Si suponemos que la única fuerza de interacción entre el sol y el planeta es la gravitatoria:

$$\vec{F} = -G \frac{M_1 \cdot M_2}{r^2} \cdot \hat{r}$$

y que el planeta describe un movimiento circular.

Igualando ambas fuerzas, la gravitatoria y la centrípeta, tenemos: $\frac{G \cdot M_s \cdot m_p}{r^2} = m_p a_N$

Como

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

entonces:

$$\frac{G \cdot M_s}{r^2} = \frac{v^2}{r}$$

Y de aquí:

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M_s}{r}}$$

Que es la velocidad con la que se mueve el planeta en su órbita.

Periodo de revolución de un planeta:

El tiempo que tarda un planeta en dar una vuelta completa al Sol, se llama periodo de revolución, o simplemente periodo, y se representa por T.

Al ser un movimiento uniforme, ya que el periodo siempre es el mismo, podemos decir:

$$T = \frac{s}{v} = \frac{\text{espacio recorrido}}{velocidad} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v_{orb}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{\sqrt{\frac{G \cdot M_S}{r}}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M_S}}$$

Por tanto:

$$\boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G.M_S}}}$$

De este resultado podemos extraer una importante consecuencia: Elevando al cuadrado y despejando…..

$$T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot M} \cdot r^3 \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot M} = Cte$$ Obtenemos la expresión de la tercera ley de Kepler

***Ejemplo**: La masa de la luna es $6{,}7 \cdot 10^{22}$kg y su radio $1{,}6 \cdot 10^6$ m. a) ¿Qué distancia recorrerá en caída libre durante un segundo un cuerpo que se abandone en las proximidades de la superficie lunar? b) S un hombre es capaz de elevar su centro de gravedad 1,2 m en un salto efectuado en la superficie terrestre, ¿qué altura alcanzará en la luna con el mismo impulso?*

a) Lo primero es calcular el valor de g en la luna:

$$g_L = G \frac{M_L}{R_L} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2 \cdot kg^{-2} \cdot \frac{6{,}7 \cdot 10^{22} kg}{1{,}6 \cdot 10^6 m} = 1{,}74 m/s^2$$

Utilizando la ecuación de la caída libre de cuerpos:

$$h = h_o + v_o \cdot t + \tfrac{1}{2} g t^2 = \tfrac{1}{2} 1{,}74 m/s^2 \cdot 1 = 0{,}87 m$$

b) Si el impulso del hombre en la tierra es el mismo que en la luna, su velocidad inicial en el salto será la misma.

$$v_o^2 = 2 \cdot g \cdot h$$

Por tanto, habrá de cumplirse:

$$2 \cdot g_L \cdot h_L = 2 \cdot g_T \cdot h_T$$

De donde:

$$h_L = \frac{g_T \cdot h_T}{g_L} = \frac{9{,}81 m/s^2 \cdot 1{,}2 m}{1{,}74 m/s^2} = 6{,}8\ m$$